

# Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 1 Präsenzübungen

**Aufgabe 1:** In der Luft eines Raumes der Grösse  $50m \times 17,5m \times 4m$  ist ein  $CO_2$  Gehalt von 0,2 %. Ein Ventilator bringt  $4,2 m^3 s^{-1}$  Frischluft mit 0,05 %  $CO_2$  Gehalt in den Raum. Berechnen Sie den  $CO_2$  Gehalt nach 20 Minuten.

**Aufgabe 2:** Die Erdanziehung eines Körpers mit Masse  $m$  mit Abstand  $s$  vom Erdmittelpunkt ist durch  $k\frac{m}{s^2}$  gegeben. Bestimmen Sie  $k$  mit der Information, dass an der Erdoberfläche (Abstand  $R = 6500$  (in  $km$ )) die Erdbeschleunigung  $g = 9,81$  (in  $ms^{-2}$ ) wirkt. Bestimmen Sie die Aufprallgeschwindigkeit eines Körpers, welcher aus einer Ruhelage von  $5R$  auf die Erdoberfläche prallt (ignorieren Sie jede Art von Reibung). Welche ist die Aufprallgeschwindigkeit aus "unendlicher" Höhe?

**Aufgabe 3:** Ein Fallschirmspringer hat im Moment des Öffnens des Fallschirms eine Geschwindigkeit  $v$  von 55 (in  $ms^{-1}$ ). Die Gesamtmasse des Springers mit Fallschirm sei  $m$  (in  $kg$ ) und die Bremskraft des Schirms sei  $mg\frac{v^2}{25}$  (in  $N$ ) mit  $g = 9.81$  (in  $ms^{-2}$ ) als Erdbeschleunigung. Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Springers nach dem Öffnen des Schirms als Funktion der Zeit und gegebenenfalls die Grenzggeschwindigkeit. Hängt die Grenzggeschwindigkeit von der Öffnungsgeschwindigkeit ab?

**Aufgabe 4:** Lösen Sie die Differentialgleichungen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3 + y^3}{3xy^2}, \quad xdy - ydx - \sqrt{x^2 - y^2}dx = 0, \quad (1)$$

und

$$(2x \sinh \frac{y}{x} + 3y \cosh \frac{y}{x})dx - 3x \cosh \frac{y}{x} dy = 0, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{2x + 3y}{x - y}, \quad (2)$$

wobei gegebenenfalls eine implizite Darstellung der Lösung genügt.