Analysis III, SS06, 12.10.2006, (Lauterbach)

Aufgabe 1:

Gegeben sei die durch

$$f(x,y) = e^{x^2+y^2}$$

definierte Funktion.

a) Man bestimme das Taylor-Polynom zweiten Grades zum Entwicklungspunkt $(x_0, y_0) = (0,0)$.

b) Man bestimme und klassifiziere alle Extrema von f unter der Nebenbedingung $g(x,y) := 2(x-1)^2 + 2(y+1)^2 - 1 = 0$.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Fläche

$$G = \left\{ (x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^2+y^2 \le 9\,,\ 0 \le y\,,\ z = -x \right\}$$

und das Vektorfeld

$$\boldsymbol{f}(x,y,z) = (yz+1, xz+1, xy+1)^T\,.$$

a) Man skizziere G.

b) Man berechne den Flächeninhalt von G.

c) Man berechne für das Vektorfeld $\boldsymbol{f}$ die Kurvenintegrale

$$\int_{\boldsymbol{c}_1} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,d\boldsymbol{x}\,,\ \oint_{\boldsymbol{c}_1+\boldsymbol{c}_2} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,d\boldsymbol{x}\,.$$

Dabei ist $\boldsymbol{c}_1$ der Teil der Randkurve von G, der auf einer Geraden liegt und $\boldsymbol{c}_2$ der restliche Teil der Randkurve, so dass ∂G von den beiden Kurven einmal vollständig durchlaufen wird.