Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2002/03**
Prof. Dr. Jens Struckmeier
Dipl.-Phys. Sven Schopka
Dr. Peywand Kiani

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 1:

a) Bestimmen Sie die Gradienten folgender Funktionen:

$$f(x,y) = \frac{y}{x} e^{-(x^2+y^2)} \qquad h(x,y) = (3x-5y)^4$$

$$g(x,y,z) = \frac{\sin(xyz)}{x^2} \qquad l(x,y) = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$$

b) Wie lautet die Jacobimatrix von

$$f(x,y,z) = \begin{pmatrix} xy^2z^3 \\ x^2 e^{y/z} \end{pmatrix}$$

im Punkte $(1,-2,-1)$?

Aufgabe 2:
Zeigen Sie, dass $\phi = \ln(\frac{1}{r})$ mit $r = \sqrt{x^2+y^2}$ im Zweidimensionalen eine spezielle Lösung der Laplacegleichung $\triangle\phi = 0$ darstellt:

- unter Verwendung Kartesischer Koordinaten
- unter Verwendung des Laplaceoperators in Polarkoordinaten.

Aufgabe 3:
Man verifiziere die Kettenregel für die Funktionen

$$f(x,y,z) := \frac{x}{y} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^3}{x^3},$$

$$g(t) := \left(e^t, e^{2t}, e^{t^2}\right)^T,$$

$$\text{und} \qquad h := f \circ g.$$

Aufgabe 4:

Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{(xy)^\alpha}{x^2+y^2}\,, & xy > 0 \\ 0\,, & xy \leq 0 \end{cases}$$

Bestimmen Sie $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass f

a) partiell differenzierbar , aber nicht stetig in $(0,0)$ ist.

b) stetig und partiell differenzierbar , aber nicht differenzierbar in $(0,0)$ ist.

Hinweis: Polarkoordinaten!

Abgabetermine: 11.11.-15.11.2002