

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 7

Aufgabe 25:

Gegeben sei die Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = |x|$. Man berechne die Fourier-Reihe der 2 -periodischen Fortsetzung der Funktion.

Aufgabe 26:

Gegeben sei die 2π -periodische Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad -\pi \leq x \leq 0 \quad , \\ x(\pi - x) & , \quad 0 \leq x \leq \pi \quad . \end{cases}$$

a) Man berechne die Fourier-Reihe der Funktion.

b) Man zeige mit Hilfe von a) die Identität $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

Aufgabe 27:

a) Man bestimme die Fourier-Koeffizienten der folgenden 2π -periodischen Funktionen:

(i) $\cos^3(2x)$,

(ii) $\sin(2x) \sin(3x)$,

(iii) $3 \sin(2x) - 4 \sin^3(2x) + 8 \cos^3 x \sin x - 4 \sin x \cos x$.

Tipp: Die Theoreme für trigonometrische Funktionen (Produkte, Potenzen) führen hier zu Vereinfachungen.

b) Man bestimme eine Lösung der Gleichung $y'(x) = 2y(x) - 4 \sin(2x)$ mit Hilfe von (16.2.5) im Lehrbuch.

Aufgabe 28:

Gegeben sei die Funktion $f : [0, \pi[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sinh x$.

- a) Man berechne die komplexe Fourier-Reihe der geraden (2π -periodischen) Fortsetzung.
- b) Man gebe die reellen Fourier-Koeffizienten der Reihe aus a) an.

Abgabetermin: 11.7. - 14.7. (zu Beginn der Übung)