

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

- a) Von einem quadratischen Stück Pappe mit der Seitenlänge a werden an den Ecken Quadrate mit der Seitenlänge x abgeschnitten. Wie ist x zu wählen, damit der Rest eine Schachtel mit möglichst großem Rauminhalt ergibt?
- b) Der Querschnitt eines Tunnels habe die Form eines Rechtecks mit aufgesetztem Halbkreis. Der Umfang des Querschnitts beträgt 18m. Für welchen Halbkreisradius wird die Querschnittsfläche maximal?

Aufgabe 2:

Für die Zweige der Kurve $4y^2 - x^3 - 2x^2 = 0$ bestimme man Definitionsbereich, Symmetrien, Nullstellen, Monotoniebereiche und Extrema, Differenzierbarkeit in $x = 0$, Konvexitätsbereiche und Wendepunkte, Verhalten im Unendlichen und eine Skizze.

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Gleichung

$$x = 6 - 3\sqrt[3]{x} \quad \text{für } x \geq 0.$$

- a) Man verschaffe sich graphisch durch Zeichnen der Funktionen $f(x) = x$ und $g(x) = 6 - 3\sqrt[3]{x}$ einen Überblick über die Anzahl der Schnittpunkte von f und g und begründe anschließend auch theoretisch, warum es nur eine Lösung x^* der obigen Gleichung geben kann.
- b) Man gebe ein Intervall D an, so dass die Fixpunktiteration

$$x_{n+1} = 6 - 3\sqrt[3]{x_n}$$

für alle Startwerte aus D gegen x^* konvergiert.

- c) Wieviele Iterationen N benötigt man ausgehend vom Startwert $x_0 = 2$, um den Fixpunkt x^* mit einem absoluten Fehler von höchstens 10^{-3} zu berechnen?
- d) Man berechne für das unter c) a priori bestimmte N die Iterierte x_N und überprüfe die Genauigkeit der Iterierten mit Hilfe der A-posteriori-Fehlerabschätzung.

Aufgabe 4:

Man untersuche die Funktionenfolgen

a) $f_n : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{x}{1 + nx}$,

b) $g_n : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g_n(x) = \frac{nx}{e^{nx}}$,

c) $h_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $h_n(x) = 1 - (1 - x)^n$

auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz.

Abgabetermin: 11.4. - 14.4. (zu Beginn der Übung)