Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2002**
Prof. Dr. J. Struckmeier

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9: Werten Sie die nachfolgenden Polynome an den Stellen $x = i$, $i = 1, 2, 3$ mit Hilfe des in der Vorlesung angegebenen Horner–Schemas aus:

$$p_1(x) = x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x - 1 \qquad p_2(x) = x^8 - x^7 + x^6 + 3x^2 + x$$

Aufgabe 10: Bestimmen Sie das interpolierende Polynom zu den Daten

x_i	-2	1	3
f_i	1	2	1

a) mit Hilfe der Interpolationsformel nach Lagrange,

b) mit Hilfe der Interpolationsformel nach Newton.

Aufgabe 11: Berechnen Sie mit Hilfe dividierter Differenzen das Interpolationspolynom zu den Daten

x_i	-4	-1	2	4
f_i	2	0	-2	1

Welches Polynom ergibt sich, wenn man $(x_4, f_4) = (0, 3)$ als Interpolationspunkt hinzunimmt?

Aufgabe 12: Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^3$ und die diskreten Punkte $x_i = i$, $i = 0, \ldots, 3$. Berechnen Sie den natürlichen kubischen Spline $S(x)$, der die Funktion $f(x)$ an den Punkten x_i, $i = 0, \ldots, 3$ interpoliert. Wieso stimmt $S(x)$ nicht mit $f(x)$ überein?

Hinweis: Die Momente $M_j = S''(x_j)$, $j = 0, \ldots, n$ aus der Vorlesung berechnet man als Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 2 & \lambda_0 & & & \\ \mu_1 & 2 & \lambda_1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \mu_{n-1} & 2 & \lambda_{n-1} \\ & & & \mu_n & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ M_{n-1} \\ M_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{pmatrix}$$

b.w.

mit

$$
\begin{aligned}
h_j &= x_j - x_{j-1} \\
\lambda_j &= \frac{h_{j+1}}{h_j + h_{j+1}} \\
\mu_j &= 1 - \lambda_j = \frac{h_j}{h_j + h_{j+1}} \\
d_j &= \frac{6}{h_j + h_{j+1}} \left(\frac{f_{j+1} - f_j}{h_{j+1}} - \frac{f_j - f_{j-1}}{h_j} \right)
\end{aligned}
$$

für $j = 1, \ldots, n-1$ sowie den Randwerten

$$\lambda_0 = 0, \quad d_0 = 0, \quad \mu_n = 0, \quad d_n = 0$$

Abgabetermin: 13.5–16.5 **vor** der Übung