

# Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 1

### Aufgabe 1:

a) Man gebe die Wahrheitstafeln der folgenden Aussagen an:

(i)  $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ ,

(ii)  $(A \vee B) \wedge \neg(B \vee C)$ .

Wie können die Aussagen demnach vereinfacht dargestellt werden?

b) Durch Wahrheitstafeln beweise man, dass folgende Aussagen Tautologien sind

(i)  $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$ ,

(ii)  $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$ .

### Aufgabe 2:

a) Man beweise die Behauptung B:  $\forall a, b \in \mathbb{R} : a^2 + b^2 \geq 2ab$

(i) indirekt,

(ii) direkt.

b) Man beweise indirekt die Behauptung B:  $\log_{10} 5$  ist irrational.

Welche Voraussetzungen werden für die Beweise stillschweigend benutzt?

### Aufgabe 3:

Man stelle die folgenden Mengen durch Aufzählung ihrer Elemente dar

a)  $A = \{x \in \mathbb{R}; x^3 + x^2 - 2x = 0\}$ ,

b)  $B = \{x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; x + \frac{4}{x} = 4\}$ ,

c)  $C = \{x \in \mathbb{N}; x^2 - 4x - 5 \leq 0\}$ ,

d)  $D = \{x \in \mathbb{Z}; \frac{1}{8} < 2^x \leq 6\}$ .

e) Man bilde die Mengen  $D \setminus A$ ,  $A \setminus D$ ,  $B \cup C$ ,  $C \cap D$ .

### Aufgabe 4:

Gegeben seien die Mengen

a)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; \max(|x|, |y|) \leq 1\}$ ,

b)  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; |x| + |y| \leq 1\}$ ,

c)  $C = [0, 2] \times [0, 2]$ .

Man stelle folgende Mengen graphisch dar:

$A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup C$ ,  $A \cap C$ .

Hinweise:

(i) man untersuche die 4 Quadranten einzeln,

(ii) zur Erinnerung: für  $x \in \mathbb{R}$  ist

$$|x| := \begin{cases} x, & \text{falls } x \geq 0 \\ -x, & \text{falls } x < 0. \end{cases}$$

**Abgabetermin:** 8.11. - 12.11.04 (zu Beginn der Übung)