Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2002/03**
Prof. Dr. W. Hofmann

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:
Durch Wahrheitswertetafeln beweise man, daß folgende Aussagen Tautologien sind

a) $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \Longrightarrow (A \Rightarrow C)$,

b) $\neg(A \wedge B) \Longleftrightarrow \neg A \vee \neg B$,

c) $\neg(A \vee B) \Longleftrightarrow \neg A \wedge \neg B$.

Aufgabe 2:

a) Beweisen Sie die Behauptung B: $\forall a, b \in \mathbb{R}: \; a^2 + b^2 \geq 2ab$
   (i) indirekt,
   (ii) direkt.

b) Beweisen Sie indirekt die Behauptung B: $\log_{10} 5$ ist irrational.

Welche Voraussetzungen werden für die Beweise stillschweigend benutzt?

Aufgabe 3:
Stellen Sie die folgenden Mengen durch Aufzählung ihrer Elemente dar

a) $A = \{x \in \mathbb{R};\; x^3 + x^2 - 2x = 0\}$,

b) $B = \{x \in \mathbb{R} \setminus \{0\};\; x + \frac{4}{x} = 4\}$,

c) $C = \{x \in \mathbb{N};\; x^2 - 4x - 5 \leq 0\}$,

d) $D = \{x \in \mathbb{Z};\; \frac{1}{8} < 2^x \leq 6\}$.

e) Bilden Sie die Mengen $D \setminus A,\; A \setminus D,\; B \cup C,\; C \cap D$.

Aufgabe 4:
Gegeben seien die Mengen

a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\; \max(|x|, |y|) \leq 1\}$,

b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\; |x| + |y| \leq 1\}$,

c) $C = [0, 2] \times [0, 2]$.

Stellen Sie folgende Mengen graphisch dar:

$A,\; B,\; C,\; A \setminus B,\; B \setminus A,\; A \cup C,\; A \cap C.$

Hinweise:
(i) man untersuche die 4 Quadranten einzeln,
(ii) zur Erinnerung: für $x \in \mathbb{R}$ ist

$$|x| := \begin{cases} x, & \text{falls } x \geq 0 \\ -x, & \text{falls } x < 0. \end{cases}$$

Abgabetermin: 11.11. - 14.11. (zu Beginn der Übung)