Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2001/2002**
Prof. Dr. J. Struckmeier

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

a) $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{6}{27} + \frac{8}{81} + \ldots$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k}{k!}$ d) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{17} + \ldots$

e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4n-3}$ f) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k - \ln k}$

Aufgabe 14: Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ mit $a_n = \frac{1}{n} + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ alternierend ist und $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ gilt. Warum ist das Leibniz–Kriterium nicht anwendbar?

Aufgabe 15: Warum konvergiert die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n}{2n+1} \cdot \frac{n}{n+2} \right) \quad ?$$

Ab welchem Index N unterscheiden sich die Partialsummen s_N vom Grenzwert der Reihe sicher um weniger als $\frac{1}{100}$?

Aufgabe 16: Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} -2\cos x & : \ x \le 0 \\ A\cos x + B & : \ 0 < x < \pi \\ \sin x & : \ x \ge \pi \end{cases}$$

Wie muß man die Zahlen A und B wählen, damit f stetig ist? Skizzieren Sie den Verlauf der stetigen Funktion.

Abgabetermin: 7.–10.1.2002 **vor** der Übung