

Aufgabe 1

Gegeben sei die Folge $a_n := \frac{5n^2}{(n-1)(n+1)(n+2)}$ für $n \geq 2$.

Man beweise:

- $0 < a_n \leq \frac{5}{n+1}$, $\forall n \geq 2$,
- $(a_n)_{n \geq 2}$ ist monoton fallend,
- $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n a_n$ konvergiert.

Aufgabe 2

a) Man berechne die folgenden Grenzwerte unter Anwendung der Regeln von l'Hospital:

$$(i) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x - x^4} - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[4]{x^3}}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$$

b) Man berechne die folgenden Grenzwerte **ohne** die Regeln von l'Hospital heranzuziehen.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$