

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 7 (Präsenzaufgaben)

Aufgabe 1:

- a) Geben Sie für die folgenden Funktionen jeweils die isolierten Singularitäten an und klassifizieren Sie diese.

$$f(z) = \frac{2z^3 + 3z^2 + 2z + 1}{z^3 + z^4}, \quad g(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)(z-3)(z-4)},$$
$$h(z) = \frac{1}{z^2 + 2z + 2} \quad \text{und} \quad s(z) = \frac{\sin(z)}{z(z^2 + 1)}.$$

- b) Berechnen Sie die Residuen aller isolierten Singularitäten aus Teil a).

Aufgabe 2:

f, g, s, h seien die Funktionen aus Aufgabe 1. Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes die Integrale

$$\int_{|z|=\pi/2} f(z) dz,$$

$$\int_{|z|=\pi} g(z) dz,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(z) dz,$$

$$\int_{|z|=\frac{1}{2}} s(z) dz, \quad \int_{|z-i|=\frac{1}{2}} s(z) dz.$$

Die Kreise sollen einmal in mathematisch positiver Richtung durchlaufen werden.

Aufgabe 3: Bestimmen Sie für

$$f(z) = \frac{1}{(z+1)^2 \cdot (z-3)}$$

diejenige Laurent-Reihe zum Entwicklungspunkt $z_0 = -1$, die im Punkt $z = 5$ gegen $f(5)$ konvergiert.

Bearbeitungstermine: 06.07 - 09.07.2021.