Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2021**
Prof. Dr. J. Struckmeier, Dr. H. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3 (Präsenzaufgaben)

Aufgabe 1) Exponentialfunktion

Es sei i die imaginäre Einheit.

a) Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$e^{3z} - \frac{i}{e^z} = 0\,.$$

b) Sei R das Rechteck

$$R := \left\{ z \in \mathbb{C} \,:\, z = x + iy,\, x \in (0,2),\, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \right\}\,.$$

Bestimmen Sie das Bild von R unter der Abbildung

$$f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}\,, \qquad f(z) := i \cdot e^z$$

und fertigen Sie eine Skizze des Bildes an.

Aufgabe 2) Logarithmus

Es sei i die imaginäre Einheit.

a) Gegeben sei die Menge $R = \{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{2} \le |z| \le \frac{e^1}{2}, \mathrm{Im}\,(z) > 0\}$,
sowie die Abbildung

$$f(z) = e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot \ln\,(2\,z\,)\,,$$

wobei $\ln$ den Hauptwert des komplexen Logarithmus bezeichne. Skizzieren Sie die Menge R in der komplexen Ebene und bestimmen Sie das Bild von R unter der Abbildung f.

b) Zeigen Sie, dass für alle komplexen Zahlen $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$
$\ln(-z) \neq \ln(z)$ gilt.

c) Was ist falsch an folgender Argumentation von Johann Bernoulli:

$$(-z)^2 = z^2 \iff \ln((-z)^2) = \ln(z^2)$$

$$2\ln(-z) = 2\ln(z) \iff \ln(-z) = \ln(z)\,?$$

Bearbeitungstermine: 03.05.21 - 07.05.21