

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 2 : Hausaufgaben

Aufgabe 1:

1. Zeigen Sie, dass alle 19 (warum nicht 20?) Lösungen der Gleichung

$$(z - 4)^{20} = z^{20}$$

auf der Geraden $\operatorname{Re}(z) = 2$ liegen.

2. Wie viele Lösungen hat die Gleichung $(z - 1)^i = z^i$?
3. Zeigen Sie, dass für alle komplexen Zahlen $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ $\operatorname{Log}(-z) \neq \operatorname{Log}(z)$ gilt.
4. Was ist falsch an folgender Argumentation von Johann Bernoulli:

$$\begin{aligned} (-z)^2 = z^2 &\iff \operatorname{Log}((-z)^2) = \operatorname{Log}(z^2) \iff \\ 2\operatorname{Log}(-z) = 2\operatorname{Log}(z) &\iff \operatorname{Log}(-z) = \operatorname{Log}(z) ? \end{aligned}$$

Aufgabe 2:

Geben Sie eine Funktionsvorschrift an, die den Streifen

$$S := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) - \sqrt{2} < \operatorname{Im}(z) < \operatorname{Re}(z) + \sqrt{2}\}$$

auf den Kreisring $R := \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2\}$ abbildet. Die Funktion soll dabei nicht direkt auf den Real- oder den Imaginärteil von z sondern nur auf z selbst zugreifen.

Tipp: Fertigen Sie eine Skizze von S an, und transformieren Sie zunächst auf einen achsenparallelen Streifen \tilde{S} .

Abgabe bis: 15.5.15