

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften Präsenzblatt 0

Aufgabe A:

Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = 3 + 2i$ und $z_2 = 5 - 4i$. Man berechne die kartesische Darstellung von

a) $z_1 + z_2$, $|z_1 + z_2|$, $4z_1 - 7iz_2$, $4\bar{z}_1 - 7i\bar{z}_2$,

b) $z_1 \cdot z_2$, $\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$, $z_1^3 \cdot z_2^2$, $\operatorname{Re}(z_1^3) \cdot \operatorname{Im}(z_2^2)$,

c) $\frac{z_1}{z_2}$, $\frac{\operatorname{Im}(z_1)}{\operatorname{Re}(z_2)}$.

Aufgabe B:

Gegeben seien die komplexen Zahlen

$$z_1 = 1, z_2 = i, z_3 = -1, z_4 = -i.$$

a) Man gebe $z_1 + z_2$, $z_2 + z_3$, $z_1 + z_4$ in Polarkoordinaten an.

b) Man berechne in kartesischen und Polarkoordinaten

$$(z_1 + z_2)^7, \quad \frac{z_2 + z_3}{\bar{z}_1 + \bar{z}_2}, \quad \frac{z_1 + z_4}{z_2}.$$

Aufgabe C:

Man berechne alle Lösungen von

$$z^6 = 1$$

in Polarkoordinaten und kartesischen Koordinaten.

Aufgabe D:

- a) Für $z \in \mathbb{C}$ sei das Polynom $p(z) := a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0$ mit reellen Koeffizienten a_0, \dots, a_n gegeben.

Man zeige:

Wenn $z_0 \in \mathbb{C}$ Nullstelle von p ist, dann ist auch \bar{z}_0 Nullstelle von p .

- b) Man zeige, dass der Kreis $|z - z_0| = r$ in der komplexen Ebene auch die folgende Darstellung besitzt

$$z\bar{z} - z\bar{z}_0 - z_0\bar{z} + z_0\bar{z}_0 = r^2 \quad \text{mit } z, z_0 \in \mathbb{C}.$$

- c) Man bestimme die Kurve, die durch

$$z\bar{z} = (4 - 3i)\bar{z} + (4 + 3i)z + 144$$

beschrieben wird.

Bearbeitungstermin: 1.4.- 4.4.2014