

Komplexe Funktionen

für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1 : Präsenzaufgaben 5.4 bzw. 6.4.2011

Aufgabe 1: Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in Polarkoordinaten ($z = re^{i\phi}$) an.

$$z_1 = -4, \quad z_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{3} + i), \quad z_3 = \sqrt{8}(1 - i).$$

Aufgabe 2: Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in kartesischen Koordinaten ($z = x + iy$) an und skizzieren Sie die zugehörigen Punkte in der komplexen Zahlenebene.

$$z_k = e^{ik\pi} \quad k \in \mathbb{Z}, \quad z = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}} \cdot e^{-i\frac{\pi}{12}}, \quad w = e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{-i\frac{\pi}{3}}.$$

Aufgabe 3: Charakterisieren Sie durch eine Skizze oder mit Worten die folgenden Teilmengen der komplexen Ebene:

$$\begin{aligned} M_1 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 4 - 3i| \leq 25\}, & M_2 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |z - i| = |z + 2 + i|\}, \\ M_3 &= \{z \in \mathbb{C} \mid z + \bar{z} = 2\}, & M_4 &= \{z \in \mathbb{C} \mid z - \bar{z} = 2\}. \end{aligned}$$

Aufgabe 4: In vielen Anwendungen wird jedem Punkt auf der Erdoberfläche eine geographische Breite β und eine geographische Länge λ zugeordnet. Die Erde wird dabei als Kugel angesehen.

Punkte mit gleicher geographischer Breite liegen auf Kreisen parallel zum Äquator, den sogenannten Breitenkreisen. Für den Äquator gilt $\beta = 0^\circ$ und für die Pole $\beta = \pm 90^\circ$.

Punkte mit gleicher geographischer Länge liegen auf Halbkreisen die von Pol zu Pol laufen, den sogenannten Meridianen oder Mittagskreisen (in allen Punkten eines Meridians steht die Sonne zum gleichen Zeitpunkt am höchsten). Nach Festlegung eines Nullmeridians (Greenwich, London) ordnet man jedem anderen Meridian einen Wert $\lambda \in [-180^\circ, 180^\circ]$ zu.

Parametrisieren Sie mit Hilfe der Kugelkoordinaten die Erdoberfläche als Kugeloberfläche mit Radius $R = 6.370\text{km}$. Geben Sie die Meridiane und die Breitenkreise mit Hilfe der Kugelkoordinaten an.

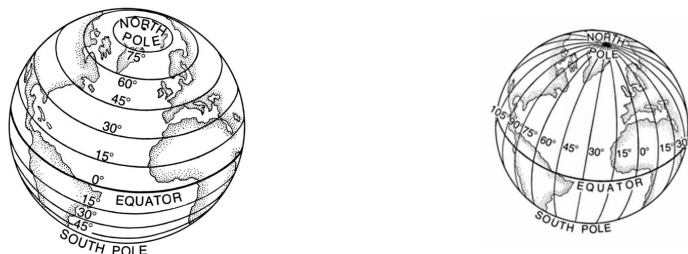


Abbildung 1: Quelle: Pearson Scott Foresman, donated to the Wikimedia Foundation