Fachbereich Mathematik **SoSe 2017**
Prof. Dr. M. Hinze

Klausur Differentialgleichungen II

31. August 2017

Sie haben 60 Minuten Zeit zum Bearbeiten der Klausur. In die Wertung gehen maximal 20 Punkte ein.

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang: AIW | CI | ET | GES | IIW | MB | MTB | SB

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

Unterschrift:

Aufg.	**Punkte**	**Korrekteur**
1		
2		
3		

$\sum =$

Aufgabe 1) [10 Punkte]

Bestimmen Sie mit Hilfe des Produktansatzes $u(x,t) = v(x)w(t)$ eine Lösung der Anfangs-randwertaufgabe

$$\begin{aligned}
u_{tt} - 9u_{xx} &= 0 \qquad 0 < x < \frac{\pi}{2}, \qquad t \in \mathbb{R}^+, \\
u(x,0) &= 3 \cdot \sin(6x)\ , \qquad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}, \\
u_t(x,0) &= \pi x - 2x^2\ , \qquad 0 \le x \le \frac{\pi}{2}, \\
u(0,t) &= u(\frac{\pi}{2}, t) = 0 \qquad t \ge 0.
\end{aligned}$$

Aufgabe 2) [10 Punkte]

a) Berechnen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertaufgabe für $u(x,t)$:

$$\begin{aligned}
u_t + \tfrac{1}{2} u_x &= -4u, \qquad x \in \mathbb{R},\ t \in \mathbb{R}^+, \\
u(x,0) &= 2\sin(x) \qquad x \in \mathbb{R}.
\end{aligned}$$

b) Gegeben ist die folgende Anfangswertaufgabe für $u(x,t)$:

$$\begin{aligned}
u_t + \tfrac{u^2}{2} u_x &= 0, \qquad x \in \mathbb{R},\ t \in \mathbb{R}^+ \\
u(x,0) &= 2 + \arctan(x) \qquad x \in \mathbb{R}.
\end{aligned}$$

(i) Sind die Charakteristiken Geraden? Begründen Sie Ihre Antwort.

(ii) Skizzieren Sie die Charakteristik durch den Punkt $(0,0)$.

Aufgabe 3) [4 Punkte]

Prüfen Sie, welche der unten angegebenen Funktionen $u^*, \tilde{u}, \hat{u}$ eine physikalisch sinnvolle Viskositätslösung der Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned}
u_t + u\,u_x &= 0, \qquad x \in \mathbb{R},\ t \in \mathbb{R}^+ \\
u(x,0) &= \begin{cases} 2 & \text{für } x \le 0, \\ 1 & \text{für } x > 0\,. \end{cases},
\end{aligned}$$

ist.

$$u^*(x,t) = \begin{cases} 2 & \text{für } x \le \frac{1}{2}t, \\ 1 & \text{für } x > \frac{1}{2}t\,, \end{cases} \qquad \tilde{u}(x,t) = \begin{cases} 2 & \text{für } x \le \frac{3}{2}t, \\ 1 & \text{für } x > \frac{3}{2}t\,. \end{cases}$$

$$\hat{u}(x,t) = \begin{cases} 2 & \text{für } x \le 0, \\ 2 - \frac{x}{t} & \text{für } 0 < x \le t, \\ 1 & \text{für } x > t\,. \end{cases}$$