

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Gesucht sind Lösungen der Burgersgleichung $u_t + uu_x = 0$ versehen mit den Anfangswerten

a)

$$u(x, 0) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & 1 < x \end{cases}$$

b)

$$u(x, 0) = \begin{cases} 2 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & 2 < x \end{cases}$$

Fertigen Sie Skizzen der Charakteristiken an.

In welchen Bereichen können Sie die Lösung mit Hilfe der Charakteristiken eindeutig angeben? Wo ist die Lösung nicht definiert?

Berechnen Sie jeweils schwache Lösungen der Cauchy-Probleme.

Aufgabe 2: Gesucht ist eine Lösung der Anfangswertaufgabe

$$u_t + (u + 2)u_x = 0 \quad x \in \mathbb{R},$$

$$u(x, 0) = \frac{1 - x}{2} \quad x \in \mathbb{R}$$

für $0 < t < t^*$ mit einem hinreichend kleinen t^* .

- Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe mit Hilfe der Charakteristikenmethode.
- In welchen Intervallen $]0, t^*[$ ist die Lösung aus a) definiert?
- Sind die Charakteristiken Geraden? Begründen Sie bitte Ihre Antwort.
- Skizzieren Sie die Charakteristiken durch die Punkte $(x_0, 0)$ mit $x_0 = -2, -1, 0$.

Bearbeitungstermine: 8.- 12.5.17