

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$u_t + \left(\frac{u^2}{2}\right)_x = 0$$

mit den Anfangsdaten

a)

$$u(x, 0) = \begin{cases} 0 & \forall x \leq 0 \\ 1 & \forall x > 0 \end{cases}$$

b)

$$u(x, 0) = \begin{cases} 1 & \forall x \leq 0 \\ 0 & \forall x > 0 \end{cases}$$

Fertigen Sie Skizzen der Charakteristiken an. In welchen Bereichen können Sie die Lösung mit Hilfe der Charakteristiken eindeutig angeben? Wo ist die Lösung nicht definiert?

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die Entropielösung der Burgersgleichung $u_t + uu_x = 0$ mit den Anfangswerten

$$\mathbf{a)} \quad u(x, 0) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & 1 < x \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{b)} \quad u(x, 0) = \begin{cases} 2 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & 2 < x \end{cases}$$

Bearbeitung am 4-8.5.2015