

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1, Hausaufgaben

Aufgabe 1: (Wiederholung DGL I)

- a) Sei λ eine beliebige fest vorgegebene reelle Zahl. Bestimmen Sie eine reelle Darstellung der allgemeinen Lösung der Differentialgleichung

$$y''(t) - \lambda y(t) = 0.$$

- b) Sei L eine weitere fest vorgegebene positive reelle Zahl. Bestimmen Sie alle Lösungen der Randwertaufgabe

$$y''(t) - \lambda y(t) = 0 \quad y(0) = y(L) = 0.$$

Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ besitzt die Randwertaufgabe nichttriviale Lösungen?

Die λ -werte, für die es nichttriviale Lösungen (d.h. Lösungen, die nicht konstant gleich Null sind) gibt, heißen Eigenwerte der Aufgabe. Die zugehörigen Lösungen heißen Eigenfunktionen.

Bemerkung: Die Lösungen dieser Eigenwertaufgabe werden im Laufe des Semesters immer wieder benötigt!

Aufgabe 2: (Wiederholung Analysis II)

Für die Ableitung parameterabhängiger Integrale gilt bei hinreichender Glattheit von f die **Leibniz-Regel**:

$$\frac{d}{dx} \int_{a(x)}^{b(x)} f(x, t) dt = \int_{a(x)}^{b(x)} \frac{d}{dx} f(x, t) dt + b'(x) f(x, b(x)) - a'(x) f(x, a(x))$$

Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion $F(x)$ definiert durch

$$F(x) := \int_{-x}^{x^2} e^{xt} dt$$

und berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow 0} F'(x)$.

Aufgabe 3: (Wiederholung Analysis II) Bestimmen Sie geeignete reelle Fourier-Reihen der folgenden Funktionen:

- a) Ungerade $2L$ -periodische Fortsetzung von $f : [0, 1[\rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(4\pi x) + 2 \sin(6\pi x)$ $L = 1$.
b) Gerade $2L$ -periodische Fortsetzung von $f : [-\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}[\rightarrow \mathbb{R}$, $L = \pi$ mit

$$f(t) = \begin{cases} 2, & -\frac{\pi}{4} \leq t < \frac{\pi}{4}, \\ 0, & \frac{\pi}{4} \leq t < \frac{3\pi}{4}, \\ 2, & \frac{3\pi}{4} \leq t < \frac{5\pi}{4}. \end{cases}$$

Bemerkung: Für DGL II werden Sie die Berechnung von Fourier-Reihen beherrschen müssen. Bitte ggf. wiederholen!

Abgabe bis: 24.4.15