Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2012**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. K. Rothe

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

a) Man bestimme den Typ der folgenden partiellen Differentialgleichungen:

(i) $5u_x + yu_y + e^x u = \sin x\,,$

(ii) $uu_x + u_y + 4u = (x + y + u)^2\,,$

(iii) $u_{xx}u_{yy} - 3u_x + u = 0\,,$

(iv) $\Delta u - u^2 u_x = 0\,,$

(v) $\begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & c^2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ v_x \end{pmatrix}.$

b) Man zeige, dass folgende Funktionen harmonisch sind:

(i) $v_1(x, y) = x^2 - y^2\,,$

(ii) $v_2(x, y) = e^y \sin x$

(iii) $v_3(x, y) = \mathrm{Re}(\sin z)$ mit $z = x + iy \in \mathbb{C}$.

Aufgabe 2:

Man löse folgende Differentialgleichungen

a) $u_{yy} - 4xu_y + 3x^2 u = -8x + 3x^3 + 6x^2 y\,,$

b) $u_{xy} = 2x \cos y + e^x + 3y^2\,,$

c) $x(x + 1)u_{xy} = (2x + 1)u_y\,.$

Aufgabe 3:

Man berechne mit Hilfe von Exponentialansätzen reelle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen

a) $u(t,x) = e^{x+\alpha t}$ für $u_{tt} = 9u_{xx}$,

b) $u(r,\varphi) = e^{\alpha \ln r + \beta\varphi}$ für $r^2 u_{rr} + r u_r + u_{\varphi\varphi} = 0$,

c) $u(t,x,y) = e^{\alpha t + \beta x + \gamma y}$ für $u_{tt} = u_{xx} + u_{yy}$.

Aufgabe 4:

Man löse die Anfangswertaufgabe

$$4u_x - 7u_y = y^2 \, , \quad u\,(x,0) = x^2$$

und zeichne die Lösung.

Hinweis: Durch eine geeignete lineare Transformation

$$\begin{aligned} \xi &= \alpha x + \beta y \\ \eta &= \gamma x + \delta y \end{aligned}$$

mit $\alpha\delta - \beta\gamma \neq 0$ transformiere man die Differentialgleichung auf eine gewöhnliche Differentialgleichung.

Abgabetermin: 10.4.-13.4.2012 (zu Beginn der Übung)