

## Differentialgleichungen II

### für Studierende der Ingenieurwissenschaften

#### Blatt 6

#### Aufgabe 1:

Bestimmen Sie mit Hilfe eines geeigneten Produktansatzes die Lösungen der nachfolgenden Anfangswertaufgaben auf  $\mathbb{R}$ .

- a)  $u_t - u_{xx} = 0 \quad x \in \mathbb{R}, t > 0, \quad u(x, 0) = 3 \sin(x) \quad x \in \mathbb{R}.$
- b)  $u_t - u_{xx} = 0 \quad x \in \mathbb{R}, t > 0, \quad u(x, 0) = 5 \cos(2x) \quad x \in \mathbb{R}.$
- c)  $u_t - u_{xx} = 0 \quad x \in \mathbb{R}, t > 0, \quad u(x, 0) = 3 \sin(x) - 5 \cos(2x) \quad x \in \mathbb{R}.$

#### Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die Lösung der Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned} u_t - 4u_{xx} &= 0 & 0 < x < 1, t \in \mathbb{R}^+, \\ u(x, 0) &= x - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) & 0 < x < 1 \\ u(0, t) &= u(1, t) = 0 & t > 0. \end{aligned}$$

#### Aufgabe 3:

Bestimmen Sie die Lösung der Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned} u_t - u_{xx} &= \sin(x)t & 0 < x < \pi, 0 < t, \\ u(x, 0) &= \sin(x) & 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0, t) &= 0 & 0 \leq t, \\ u(\pi, t) &= 1 & 0 \leq t. \end{aligned}$$

#### Aufgabe 4:

Lösen Sie die Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx} + u_{yy}, & x, y \in (0, \pi), t > 0, \\ u(0, y, t) &= u(\pi, y, t) = 0, & \text{für } y \in (0, \pi), t > 0, \\ u(x, 0, t) &= u(x, \pi, t) = 0, & \text{für } x \in (0, \pi), t > 0, \\ u(x, y, 0) &= \frac{1}{2} (\sin(2x) + \sin(x)) \sin(y) & \text{für } x, y \in (0, \pi). \end{aligned}$$

Wie verhält sich die Lösung für  $t \rightarrow \infty$ ?

**Abgabetermin: 28.06.11**