

Aufgabe 1:

Gegeben sei die partielle Differentialgleichung erster Ordnung

$$2uu_x - 4xuu_y = x^3.$$

- a) Man berechne die allgemeine Lösung.
- b) Mit Hilfe der allgemeinen Lösung bestimme man die Lösung, die der Anfangsbedingung $u(x, x^2) = x^2$ genügt.
- c) Man führe die Probe durch, ob die in b) berechnete Funktion auch wirklich die Anfangswertaufgabe löst.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx}, & \text{für } 0 < x < 2 \text{ und } t > 0, \\u(0, t) &= 0, & \text{für } t \geq 0, \\u(2, t) &= 1, & \text{für } t \geq 0, \\u(x, 0) &= x^2/4, & \text{für } 0 \leq x \leq 2, \\u_t(x, 0) &= 0, & \text{für } 0 \leq x \leq 2.\end{aligned}$$

- a) Man bestimme zunächst eine geeignete Funktion $\tilde{u}(x, t)$, die die Randbedingungen erfüllt, und transformiere die Anfangsrandwertaufgabe durch

$$v(x, t) := u(x, t) - \tilde{u}(x, t)$$

in ein Problem mit homogenen Randbedingungen.

- b) Anschließend löse man das Problem in v .

Hinweis: Dabei darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.

- c) Man gebe die Lösung der Anfangsrandwertaufgabe an.