Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2008**
Prof. Dr. H.J. Oberle
Dr. K. Rothe

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9:

Man schreibe folgende partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung in Matrix-Vektorschreibweise, bestimme den Typ und skizziere im $\mathbb{R}^2$ gegebenenfalls die Gebiete unterschiedlichen Typs:

a) $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} - 3u_y + x^2 u = 1$,

b) $(y+2)u_{xx} + 4xu_{xy} + u_{yy} + 3u_x - e^x u_y + 27u = 23\sin(y-\pi)$,

c) $4u_{xx} - 4u_{xz} + 2u_{yy} + 4u_{zz} + x^2 u_x - 9yu_z + 4u = 0$.

Aufgabe 10:

Gegeben sei die partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung:

$$\frac{17}{10}u_{xx} - \frac{9}{5}u_{xy} - \frac{7}{10}u_{yy} + \sqrt{10}u_x = x + 3y\ .$$

a) Man bestimme den Typ der Gleichung und

b) transformiere sie auf Normalform.

Aufgabe 11:

Gegeben sei die partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$u_{xx} + 2xu_{xy} + (x^2 - 4)u_{yy} = f(x, y, u, u_x, u_y) \ .$$

a) Man bestimme den Typ der Differentialgleichung.

b) Man berechne die Charakteristiken und

c) transformiere die Differentialgleichung auf Normalform für den Fall

$$f(x, y, u, u_x, u_y) = -u_y \ .$$

d) Mit den Daten aus c) bestimme man die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

Aufgabe 12:

Man berechne durch einen Separationsansatz der Form $u(x, y) = f(x) \cdot g(y)$ eine Lösung der Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned}
\Delta u &= 0 \,, & x \in (0,1), \quad y > 0, \\
u(x,0) &= \frac{2}{n} \sin 3n\pi x \,, & x \in [0,1], \\
u_y(x,0) &= 0 \,, & \\
u(0,y) &= 0 \,, & y \geq 0 \,, \\
u(1,y) &= 0 \,. &
\end{aligned}$$

und begründe damit, warum keine stetige Abhängigkeit von den Anfangsdaten vorliegt, die Aufgabe also nicht korrekt gestellt ist. Anschließend zeichne man die Lösung für $n = 3$.

Abgabetermin: 6.5.-8.5 (zu Beginn der Übung)