

## Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 3

#### Aufgabe 9:

a) Man bestimme Lösungen der folgenden Differentialgleichungen

(i) Lineare homogene Differentialgleichung 3. Ordnung mit konstanten Koeffizienten

$$y''' + 2y'' - 5y' - 6y = 0,$$

*Hinweis:* Es existieren Lösungen der Form  $y(x) = e^{\lambda x}$  mit  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

(ii) Eulersche (lineare homogene) Differentialgleichung 3. Ordnung

$$x^3 y''' + x^2 y'' - 6xy' + 6y = 0.$$

*Hinweis:* Es existieren Lösungen der Form  $y(x) = x^\alpha$  mit  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

b) Man zeige, dass jede Linearkombination der berechneten Lösungen wieder die Differentialgleichung löst.

#### Aufgabe 10:

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$y' = 2y + 3x, \quad y(0) = 1.$$

a) Man berechne mit Hilfe des Eulerschen-Polygonzug-Verfahrens mit  $h = 0.1$  eine Näherung für  $y(0.5)$ .

b) Man führe 4 Schritte des Verfahrens der sukzessiven Approximation aus und berechne  $y^{[4]}(0.5)$  als Näherung für  $y(0.5)$ .

c) Man löse die Anfangswertaufgabe und berechne  $y(0.5)$ .

d) Man gebe von der Potenzreihe von  $y(x)$  zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$  den Abschnitt bis zur Ordnung 4 an, vergleiche diesen mit  $y^{[0]}(x)$  bis  $y^{[4]}(x)$  aus Teil b) und zeichne diese Funktionen im Intervall  $[0, 0.5]$ .

**Aufgabe 11:**

- a) Man berechne eine Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y' + 2y + \sqrt{y} = 0, \quad y(0) = \frac{1}{4}.$$

- b) Man zeige, dass die Lösung im Intervall
- $[0, \ln 2]$
- eindeutig bestimmt ist.
- 
- c) Man zeige, dass die Lösung im Intervall
- $[0, b]$
- mit
- $b > \ln 2$
- nicht mehr eindeutig bestimmt ist und gebe eine zweite Lösung an.

**Aufgabe 12:**Man löse die folgende Anfangswertaufgabe für  $x \neq 0$ :

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -\frac{2}{x} \\ 0 & \frac{3}{x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{y}(1) = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

**Abgabetermin:** 23.11. - 27.11.2015 (zu Beginn der Übung)