

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6, Präsenzübung

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Randwertaufgabe

$$\begin{aligned}y_1' - y_1 &= h_1(x), \\y_2' - 4y_1 + y_2 &= h_2(x), \quad \text{für } x \in (0, b), \\-2y_1(0) + y_2(0) + 4y_1(b) &= d_1, \\y_2(b) &= d_2.\end{aligned}$$

mit stetigen Funktionen h_1 und h_2 und Konstanten d_1 , d_2 und $b \in \mathbb{R}$ mit $b > 0$.

- Schreiben Sie die Randwertaufgabe in Matrixschreibweise um.
- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung und geben Sie eine zugehörige Fundamentalmatrix an.
- Bestimmen Sie, für welche $b > 0$ die Randwertaufgabe eindeutig lösbar ist.
- Geben Sie für $b = \ln 2$ zwei verschiedene Lösungen $y^{(1)}$ und $y^{(2)}$ der homogenen Randwertaufgabe, das heißt für $h_1(x) = h_2(x) = 0$ und $d_1 = d_2 = 0$, an.

Aufgabe 2:

Lösen Sie die Randwertaufgabe aus Aufgabe 1) mit

$$b = \ln(3), \quad d_1 = 43, \quad d_2 = 27, \quad h_1(x) = e^{2x}, \quad h_2(x) = 5e^{2x}.$$

Also die Aufgabe

$$\begin{aligned}y_1' - y_1 &= e^{2x}, \\y_2' - 4y_1 + y_2 &= 5e^{2x}, \quad \text{für } x \in (0, \ln(3)), \\-2y_1(0) + y_2(0) + 4y_1(\ln(3)) &= 43, \\y_2(\ln(3)) &= 27.\end{aligned}$$

Bearbeitungstermine: 19.01.- 23.01.2015