

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y''' - y'' - 9y' + 9y = 0.$$

- a) Man schreibe die Differentialgleichung als System erster Ordnung ,
- b) untersuche den Gleichgewichtspunkt des Systems auf Stabilität,
- c) gebe die allgemeine Lösung des Systems an und
- d) vergleiche diese mit der, die man erhält, wenn die Differentialgleichung mit den Methoden für eine Einzelgleichung höherer Ordnung gelöst wird.

Aufgabe 18:

Man gebe die Gleichgewichtspunkte der folgenden Differentialgleichungssysteme an, untersuche sie auf Stabilität, bestimme ihren Typ und skizziere das zugehörige Phasenporträt:

$$\begin{aligned} \text{a) } \dot{x} &= y - x/2 - 1, \\ \dot{y} &= -x - y/2 + 3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \dot{x} &= 9x + 2y + 24, \\ \dot{y} &= 2x + 6y + 22. \end{aligned}$$

Aufgabe 19: (Klausuren SoSe 10 und WiSe 11/12)

Man bestimme alle stationären Lösungen (Gleichgewichtspunkte) der Differentialgleichungssysteme

$$\text{a) } \begin{aligned} y_1' &= y_1 - y_2 \\ y_2' &= (y_1 - 1)(y_2 - 3), \end{aligned}$$

$$\text{b) } \begin{aligned} \dot{x} &= 2y - xy \\ \dot{y} &= x - xy. \end{aligned}$$

und untersuche deren Stabilitätsverhalten mit (lokaler) Klassifikation.

Aufgabe 20:

Gegeben sei das folgende Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} y_1' &= -2y_2, \\ y_2' &= 2y_1 + 3y_1^3. \end{aligned}$$

- Man berechne alle stationären Punkte $\mathbf{y}^* \in \mathbb{R}^2$ des Differentialgleichungssystems.
- Man untersuche das Stabilitätsverhalten aller stationären Punkte nach Stabilitätssatz III des Lehrbuches.
- Man untersuche das Stabilitätsverhalten aller stationären Punkte mit Hilfe der Methode von Ljapunov, wobei eine Ljapunov-Funktion V in der Form $V(\mathbf{y}) = ay_1^2 + by_2^2 + cy_1^4$ gesucht werden soll.

Abgabetermin: 6.1. - 10.1.2014 (zu Beginn der Übung)