

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Präsenzblatt 7

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Vektorfeld $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit

$$\mathbf{f}(x, y, z) = \left(\sin y + 3x^2 z^2, x \cos y + \frac{1}{1+y^2}, 1 + 2x^3 z \right)^T.$$

- Man weise die Existenz eines Potentials zu $\mathbf{f}$ nach, ohne es zu berechnen.
- Man berechne ein Potential durch sukzessives Integrieren von $\mathbf{f}$ und
- mit Hilfe des Hauptsatzes für Kurvenintegrale.
- Gegeben sei die Kurve $\mathbf{c} : [0, 3\pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $\mathbf{c}(t) = (\cos t, 0, \sin t)^T$. Man berechne das Kurvenintegral

$$\int_{\mathbf{c}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}.$$

- Man zeichne die Kurve $\mathbf{c}$ unter Verwendung der MATLAB-Routine 'plot3'.

Aufgabe 2:

Gegeben seien das Vektorfeld $\mathbf{f}(x, y, z) = (0, 0, z^3)^T$ und der Körper

$$H = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, 0 \leq y\}.$$

- Man skizziere H .
- Für die H berandenden Flächenstücke gebe man jeweils Parametrisierungen an.
- Man berechne jeweils den Fluss von $\mathbf{f}$ durch diese Randflächenstücke.
- Man berechne das Volumenintegral $\int_H \operatorname{div} \mathbf{f}(x, y, z) d(x, y, z)$.