

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Hausaufgabenblatt 1

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = 5x^2 - 3y^2$.

- a) Man berechne von f alle partiellen Ableitungen bis zur 3. Ordnung.
- b) Man visualisiere den Graph von f über dem Parametergebiet $[-3, 3] \times [-4, 4]$.
- c) Die Tangentialebene an den Graphen einer differenzierbaren Funktion f im Punkt $(x_0, y_0) \in D \subset \mathbb{R}^2$ wird beschrieben durch

$$z = z(x, y) = f(x_0, y_0) + f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0).$$

Man bestimme die Tangentialebene für das gegebene f im Punkt $(x_0, y_0) = (3, -4)$.

- d) Man gebe eine Parameterdarstellung der Höhenlinie von f an, die durch den Punkt $(3, -4)$ läuft.
- e) Man berechne den Winkel α zwischen $\text{grad } f(3, -4)$ und der Tangentialrichtung der Höhenlinie von f im Punkt $(3, -4)$.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^4 + y^4} & , \text{ falls } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{ falls } (x, y) = (0, 0) . \end{cases}$$

- a) Man überprüfe, ob f im Nullpunkt stetig ist.
- b) Man visualisiere den Graph von f über dem Parametergebiet $[-1, 1] \times [-1, 1]$.
- c) Man berechne die ersten partiellen Ableitungen von f und
- d) überprüfe, ob diese im Nullpunkt stetig sind.