Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg SoSe 17
Dr. Hanna Peywand Kiani 12.07.2017

Klausurberatung Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Die ins Netz gestellten Dateien sollen nur die Mitarbeit während der Veranstaltung erleichtern. Ohne die in der Veranstaltung gegebenen zusätzlichen Erläuterungen sind diese Unterlagen unvollständig (z. Bsp. fehlen oft wesentliche Voraussetzungen). Tipp– oder Schreibfehler, die rechtzeitig auffallen, werden nur mündlich während der Veranstaltung angesagt. Eine Korrektur im Netz erfolgt NICHT! Eine Veröffentlichung dieser Unterlagen an anderer Stelle ist untersagt!

Absolut notwendige Werkzeuge:

- Sicheres partielles ableiten,
- $\nabla f = \mathrm{grad}\, f =$ Vektor der ersten Ableitungen,
- $\nabla^2 \boldsymbol{f} = H\boldsymbol{f} =$ Matrix der zweiten Ableitungen,
- Verlauf und Ableitung elementarer Funktionen
- Eigenwerte berechnen, bzw. deren Vorzeichen,
- **rot** $\boldsymbol{f}$, div $\boldsymbol{f}$, Rotation, Divergenz,
- Skalarprodukt, Kreuzprodukt, Jacobi-Matrix
- einfache Integration

Top 7 der letzten Klausuren

- **Kurvenintegrale**

K1

  - Rotation berechnen
  - Potential berechnen $\longrightarrow$ Kurvenintegal über Potential (Hauptsatz)
  - Kurvenintegral direkt berechnen

  Passende Aufgaben: Blatt 6, Präsenzaufgabe 1+2 (B6-P1,P2),
  Blatt 6, Hausaufgabe 2 (B6-H2)

- **Bereichsintegrale**

  - direkt berechnen
  - Transformationssatz (Polar–, Zylinder–, Kugelkoordinaten)
  - Volumen, Masse, Schwerpunkt

  Passende Aufgaben: B7-P1, B7-P2a, B7-H1, B7-H2c,

- **Min/Max mit Nebenbedingung**

  - Zulässigkeit, Regularitätsbedingung
  - Lagrangefunktion L aufstellen

K 1

  - Stationäre Punkte: $\operatorname{grad} L = 0$
  - Hessematrix $\boldsymbol{H}\,L$ berechnen
  - Definitheit der Hessematrix prüfen.
  - Eventuell Tangentialraum berechnen, Definitheit der Hessematrix darauf testen.

  Passende Aufgaben: B5-P1,P2, B5-H1,H2

- **Taylor-Polynom mit Fehlerabschätzung**

u 1

  Passende Aufgaben: B3-P1, B3-H2, B4-P1

- **Min/Max ohne Nebenbedingung**
  - Kandidaten: $\operatorname{grad} f = \mathbf{0}$
  - Klassifikation: Eigenwerte Hessematrix Hf

  Passende Aufgaben: B3-P2 a,b, B4-P1 (Innere des Rechtecks),

- **Oberflächenintegrale**
  - Parametrisierung
  - Fluss, Satz von Gauß

  Passende Aufgaben: B7-P2, B7-H2

- **Satz über implizite Funktionen**
  Implizites Differenzieren von $f(x, y) = f(x, g(x)) = 0$, Taylor-Polynom (bis zu) zweiten grades von $y = g(x)$
  Passende Aufgabe: B4-P2, B4-H1, H2

- **Blatt 1:**
  P1:Begriffe: beschränkt, abgeschlossen, $\emptyset$
  P2: Höhenlinien skizzieren $\emptyset$
  P3: Stetigkeit in Abhängigkeit von einem Parameter $\emptyset$

- **Blätter 2:**
  P1: Gradienten berechnen
  P2: Hesse matrix berechenen, höhere partielle Ableitungen WZ
  H1: Gradienten berechnen
  Gradientenfelder, Höhenlinien skizzieren $\emptyset$
  H2: Jacobi-Matrizen und deren Determinanten, WZ für Dgl
  H3: Elektrostatisches Potential $\emptyset$

- **Blätter 3:**

  – Aufgabe B3-1p: Taylor 2. Grades, $\mathbb{R}^2$ mit Fehlerabschätzung k1

  – Aufgabe B3-2p: a, b) Min/Max ohne Nebenbedingung. xxx
  c: denken/Übergang zu polar $\emptyset$

  – Aufgabe B3-1H: Niveau-Flächen, Richtungsableitungen $\emptyset$

  – Aufgabe B3-2H: Taylor 2. Grades, $\mathbb{R}^3$ über Standardansatz mit Fehlerabschätzung k1

- **Blätter 4:**

  Üben Min/Max im Inneren

  grad $f = \vec{0}$

  → Hesse untersuchen

  - Aufgabe B4-1p, Teile b, c:
    Min/Max auf Rechteck kombiniert mit Taylor 2. Grades
    + Fehlerabschätzung $\emptyset$
    Teile a,d: Theorie $\emptyset$
    Teil e: Jedes einzelne Randstück prüfen $\emptyset$

  - Aufgabe B4-2p: Satz über implizite Funktionen,
    Taylor-Polynom 1. Grades für Kurve im $\mathbb{R}^2$ XXX

  - Aufgabe B4-1H:
    Satz über implizite Funktionen, implizites Differenzieren,
    Taylor-Polynom 2. Grades für Kurve $\mathbb{R}^2$ (s. unten) XXX

  - Aufgabe B4-2H: Satz über implizite Funktionen,
    Tangente an Kurve im $\mathbb{R}^3$ $\emptyset$ $\emptyset$

- **Blätter 5:**

  - Aufgabe B5-1p: Min/Max unter Nebenbedingung im $\mathbb{R}^2$,
    Kandidaten unbekannt,
    Hesse auf Tangentialraum prüfen

  - Aufgabe B5-2p: Min/Max unter Nebenbedingung im $\mathbb{R}^2$.
    Kandidat gegeben
    Hesse global definit

  k1

  - Aufgabe B5-1H: Min/Max unter $\leq$ Nebenbedingung im $\mathbb{R}^2$, Kompakt.

  - Aufgabe B5-2H: Min/Max unter Nebenbedingung im $\mathbb{R}^3$.
    Kandidat gegeben.
    Hesse auf Tangentialraum prüfen

  k1

- **Blatt 6:**

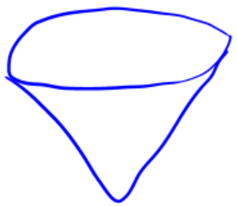
  - Aufgabe B6-1p, a: Rotation berechnen, Potential berechnen falls möglich K1
  - Aufgabe B6-1p, b: Rotation , Kurvenintegral über geschlossene Kurve, nicht einfach zusammenhängender Definitionsbereich, Potential? $\emptyset$
  - Aufgabe B6-2p: Arbeitsintegral/Kurvenintegral direkt bzw. über Potential berechnen K1
  - Aufgabe B6-1Ha: Parameterabh. Kraftfeld auf Quellen-/Wirbelfreiheit prüfen $\emptyset$
  - Aufgabe B6-1Hb: Differentialoperatoren $\emptyset$
  - Aufgabe B6-2H: Rotation, Potential, Kurvenintegral direkt und über Potential K1

- **Blatt 7:**

  - Aufgabe B7-1p: Bereichsintegral,kartesisch und Polarkoordinaten
  - Aufgabe B7-2p: Bereichsintegral, Oberflächenintegral, Gauß, Zylinderkoordinaten,
  - Aufgabe B7-1Ha: Bereichsintegral, $\mathbb{R}^2$ kartesisch
  - Aufgabe B7-1Hb: Bereichsintegral, Kugelkoordinaten
  - Aufgabe B7-2H: Bereichsintegral, Oberflächenintegral, Gauß, Zylinderkoordinaten

Beschreibung in Klausur einfacher

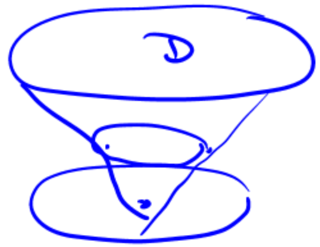
$$x = r\cos\varphi\cos\theta$$
$$y = r\sin\varphi\cos\theta$$
$$\cancel{z = r\sin\theta}$$
$$z$$



$$\iiint_K f(x,y,z)\, d(x,y,z)$$

$$\iiint \tilde{f}(r,\varphi,\theta)\, \underbrace{r^2\cdot\cos\theta}_{r}\, d(\varphi,r,\theta)$$

$$K: \quad 0 \leq x^2 + y^2 \leq 25$$
$$\sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq 5$$



Zylinder $\quad x^2 + y^2 = r^2$

$x = r\cos\varphi$
$y = r\cos\varphi$
$z = z$

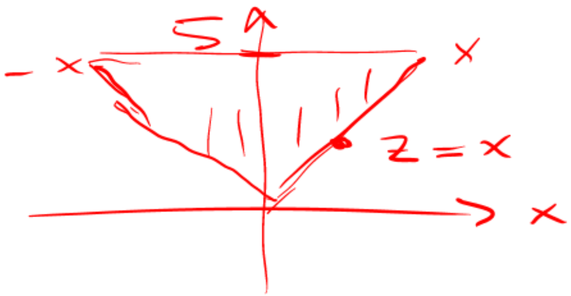
$0 \leq r^2 \leq 25$
$0 \leq r \leq 5$
$0 \leq \varphi \leq 2\pi$

$$D: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = p(r,\varphi) = \begin{pmatrix} r\cos\varphi \\ r\sin\varphi \\ \cancel{r}\ 5 \end{pmatrix}$$

$r \leq z \leq 5$

$0 \leq r \leq 5 \qquad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$

$y = 0$



$|x| \leq z \leq 5$

Mantel $\quad z = r$

$$\tilde{p}(r,\varphi) = \begin{pmatrix} r\cos\varphi \\ r\sin\varphi \\ r \end{pmatrix}$$