Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2015/16**
Prof. Dr. A. Iske
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Man berechne die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^2 (2x+y)^2\,dy\,dx\,,$

b) $\displaystyle\int_R \frac{1}{xy^2+x}\,d(x,y) \quad \text{mit} \quad R=[1,2]\times[0,1]\,,$

c) $\displaystyle\int_Q \cos y + y\sqrt{x+z}\,d(x,y,z) \quad \text{mit} \quad Q=[0,2]\times[0,\pi]\times[1,2]\,.$

Aufgabe 22:

a) (i) Man zeichne den durch die Funktionen $f(x)=2x$ und $g(x)=24-2x^2$ eingeschlossenen Bereich P und stelle ihn als Normalbereich dar.

(ii) Man berechne $\displaystyle\int_P x\,d(x,y)$

b) (i) Man zeichne den durch $x\le 0,\ y\le 0,\ 0\le z$ und $x^2+y^2+z^2=9$ eingeschlossenen Bereich K und stelle ihn als Normalbereich dar.

(ii) Man berechne $\displaystyle\int_K 8yz\,d(x,y,z)$

Aufgabe 23:

a) Man zeichne den durch $1 \leq z \leq 2$, $0 \leq y$ und $x^2 + y^2 \leq 9$ gegebenen halben Zylinder Z und berechne seinen Schwerpunkt mit der Dichtefunktion $\rho(x,y,z) = z$ unter Verwendung von Zylinderkoordinaten.

b) Durch $x^2 + y^2 \leq 4$ und $0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2$ wird ein Rotationsparaboloid P beschrieben. P habe die konstante Dichte ρ.

(i) Man zeichne P unter Verwendung der MATLAB-Routine 'ezgraph3'.

(ii) Für P berechne man die Masse und das Trägheitsmoment bezüglich der z-Achse.

(iii) Man berechne das Trägheitsmoment von P bezüglich der zur z-Achse parallelen Achse D, die durch den Punkt $(1,1,5)^T$ verläuft.

Aufgabe 24:

a) Für das Vektorfeld $\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $\boldsymbol{f}(x,y) = \begin{pmatrix} y + \sin x \\ xy^2 \end{pmatrix}$ berechne man das Kurvenintegral $\displaystyle\oint_{\mathbf{c}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,d\boldsymbol{x}$.

Dabei ist $\mathbf{c}$ die mathematisch positiv durchlaufene Randkurve des durch $x^2 \leq y \leq x$ mit $0 \leq x \leq 1$ eingeschlossenen Gebietes G.

b) Für das Vektorfeld $\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} -z^2/2 \\ 0 \\ xz \end{pmatrix}$

berechne man das Kurvenintegral $\displaystyle\int_{\mathbf{c}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,d\boldsymbol{x}$ mit der Kurve

$$\mathbf{c} : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}^3 \quad \text{und} \quad \mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} 2\cos^2 t \\ 2\sin t \cos t \\ 2\sin t \end{pmatrix}.$$

Abgabetermin: 11.1. - 15.1.2016 (zu Beginn der Übung)