

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Man berechne und klassifiziere die Extremwerte der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = 4x^2 + y^2$ auf dem Kreis $x^2 + y^2 - 2x = 3$

- a) unter Verwendung der Lagrangeschen Multiplikatorenregel und
- b) über Polarkoordinatenparametrisierung \mathbf{c} des Kreises und anschließendes Lösen der Extremalaufgabe $h(t) := f(\mathbf{c}(t))$.

Aufgabe 18:

Für die Funktion $f(x, y, z) = y + 2z$ berechne und klassifiziere man die Extrema auf dem Schnitt des parabolischen Zylinders $z = x^2 - 1$ mit der Ebene $z = 2y$ unter Verwendung der Lagrangeschen Multiplikatorenregel.

Aufgabe 19:

Zur Bestimmung der Extrema der Funktion

$$f(x, y) := e^{-x^2-y^2} (5x + 2(y + 1))$$

soll das Newton-Verfahren auf die Funktion $\mathbf{F}(x, y) = \nabla f(x, y)$ angewendet werden.

- Man berechne $\mathbf{F}(x, y)$ und die Jacobi-Matrix $\mathbf{J} \mathbf{F}(x, y)$.
- Man stelle das Newton-Verfahren auf.
- Man schreibe ein MATLAB-Programm zur numerischen Durchführung des Newton-Verfahrens unter Verwendung der MATLAB-Routine 'linsolve'.
- Ausgehend von den Startvektoren $(x_0, y_0) = (0.5, 0.5)$ und $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) = (-0.5, -0.5)$ berechne man damit Lösungen auf zehn Stellen genau.
- Man klassifiziere die berechneten stationären Punkte und erstelle einen Flächenplot und einen Höhenlinienplot von f mit Hilfe der MATLAB-Routinen 'ezsurf' und 'ezcontour'.

Aufgabe 20:

Für die Funktion

$$f : Q \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = 6 - 2x + 4y$$

mit $Q := [0, 3] \times [0, 2]$ berechne man

- Riemannsche Unter- und Obersumme zu folgender äquidistanter Zerlegung Z von Q

$$Q_{i,j} = [x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j], \quad i, j = 1, \dots, n$$

wobei $x_i = \frac{3i}{n}$ und $y_j = \frac{2j}{n}$ gelte

- und das Integral von f über Q nach dem Satz von Fubini.

Abgabetermin: 14.12. - 18.12.2015 (zu Beginn der Übung)