

## Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 3

#### Aufgabe 9:

Gegeben sei die Koordinatentransformation

$$\Phi(r, \varphi) = \begin{pmatrix} x(r, \varphi) \\ y(r, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r \cos \varphi \\ 3r \sin \varphi \end{pmatrix}$$

mit  $(r, \varphi) \in Q := ]0, 1] \times \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$ .

- a) Man berechne  $\mathbf{J} \Phi(r, \varphi)$  und  $\det(\mathbf{J} \Phi(r, \varphi))$  sowie
- b)  $\Phi^{-1}(x, y)$ ,  $\mathbf{J} \Phi^{-1}(x, y)$  und  $\det(\mathbf{J} \Phi^{-1}(x, y))$ .
- c) Man zeichne  $Q$  und  $\Phi(Q)$ .

#### Aufgabe 10: (Klausur WiSe 2011/12)

Man berechne das Taylor-Polynom 2.Grades für die Funktion

$$f(x, y) = (y + \cos y) \sin x$$

im Entwicklungspunkt  $(x_0, y_0) = \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$  und schätze den Fehler, der dadurch entsteht, wenn man  $T_2$  anstelle von  $f$  im Punkt  $(x, y) = (0, 0)$  verwendet, nach oben ab.

**Aufgabe 11:**

Man berechne alle stationären Punkte der folgenden Funktionen und klassifiziere diese:

- a)  $f(x, y) = xy - 4x + 3y - 12$ ,
- b)  $f(x, y) = 2(x^2 + y^2)^2 - x^2 - y^2$ ,
- c)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,
- d)  $f(x, y) = x \sin y$ .

**Aufgabe 12:**

Gegeben sei die Funktion  $f(x, y) = 9x^4 - 12x^2y + 4y^2$ .

- a) Man berechne alle stationären Punkte von  $f$ .
- b) Man versuche, die hinreichende Bedingung zur Klassifikation der stationären Punkte anzuwenden.
- c) Man weise nach, dass  $f$  im Ursprung längs jeder Geraden durch Null ein lokales Minimum besitzt.
- d) Man klassifiziere alle stationären Punkte von  $f$ .
- e) Man zeichne die Funktion beispielweise mit Hilfe der MATLAB-Routinen 'ezsurf' und 'ezcontour'.

**Abgabetermin:** 18.11. - 22.11.2013 (zu Beginn der Übung)