Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2013/14**
Prof. Dr. R. Lauterbach
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

a) Man berechne div $\boldsymbol{f}$ und rot $\boldsymbol{f}$ für das Vektorfeld

$$\boldsymbol{f}\,(x,y,z) = \left(yz + \cos(x+y), xz + \frac{1}{y+z}, xy + \frac{1}{y+z}\right)^T \ .$$

b) Gegeben sei das Vektorfeld

$$\boldsymbol{g}\,(x,y) = (u(x,y), v(x,y))^T = (1, 3x^2)^T \ .$$

(i) Man berechne div $\boldsymbol{g}$ und rot $\boldsymbol{g}$ und

(ii) zeichne das Vektorfeld und einige Stromlinien im Bereich $[-1,1] \times [-1,1]$.

Aufgabe 6:

Man berechne für die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = xy$ im Punkt (x_0, y_0) die Ableitung in Richtung $\boldsymbol{h} = (h_1, h_2)^T$. Welchen Anstieg besitzt die Funktion im Punkt $(x_0, y_0) = (1, -1)$ in den durch die Gerade $3y - 5x = 7$ gegebenen Richtungen.

Aufgabe 7:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y^2}{x^4+y^4} & \text{, falls } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{, falls } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$

a) Man zeichne die Funktion im Bereich $[-1,1] \times [-1,1]$.

b) Man berechne für f im Punkt $(x_0, y_0) = (0,0)$ alle Richtungsableitungen.

c) Man überprüfe, ob f im Punkt $(x_0, y_0) = (0,0)$ (vollständig) differenzierbar ist.

Aufgabe 8:

a) Man berechne die Jacobi-Matrix unter Verwendung der Kettenregel und direkt:

$$\begin{array}{ccccc} \boldsymbol{f} : \mathbb{R}^2 & \overset{\boldsymbol{f}_1}{\to} & \mathbb{R}^3 & \overset{\boldsymbol{f}_2}{\to} & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix} & \mapsto & \begin{pmatrix} u = \sin(rs) \\ v = e^r + s \\ w = 1 - 2s^3 \end{pmatrix} & \mapsto & \begin{pmatrix} uw \\ vw \end{pmatrix}. \end{array}$$

b) Man berechne die Jacobi-Matrix von:

$$\begin{array}{ccccc} h : \mathbb{R}^2 & \overset{\boldsymbol{f}}{\to} & \mathbb{R}^2 & \overset{g}{\to} & \mathbb{R} \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \mapsto & \begin{pmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{pmatrix} & \mapsto & g(u,v)\,. \end{array}$$

Abgabetermin: 4.11. - 8.11.2013 (zu Beginn der Übung)