

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Zur Bestimmung des Minimums der Funktion

$$z = f(x, y) := x^2 + 2y^2 - 0.1 \cos(x + y) - 3x + 2y$$

soll das Newton-Verfahren auf die Funktion $\mathbf{F}(x, y) = \nabla f(x, y)$ angewendet werden.

- Man berechne $\mathbf{F}(x, y)$ und die Jacobi-Matrix $\mathbf{J} \mathbf{F}(x, y)$.
- Man stelle das Newton-Verfahren auf und führe den ersten Iterationsschritt per Hand durch mit dem Startvektor $(x_0, y_0) = (0, 0)$.
- Man führe die Iteration numerisch durch und berechne damit die Lösung auf zehn Stellen genau.
- Man klassifiziere den berechneten stationären Punkt.

Aufgabe 18:

Mit $Q := [0, 1] \times [0, 1]$ berechne man für die Funktion

$$f : Q \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x + y$$

- Riemannsche Unter- und Obersumme zu folgender Zerlegung Z von Q

$$Q_{i,j} = [(i-1)/n, i/n] \times [(j-1)/n, j/n], \quad i, j = 1, \dots, n$$

- und das Integral von f über Q nach dem Satz von Fubini.

Aufgabe 19:

Man berechne die folgenden Integrale:

a) $\int_1^2 \int_{-1}^0 (x+1)^2 + y \, dx \, dy,$

b) $\int_2^3 \int_0^1 \frac{x^2 + y + 1}{xy + x} \, dy \, dx,$

c) $\int_B \frac{y^2}{x} \, d(x, y)$ mit $B = [1, e] \times [0, 1],$

d) $\int_C xy + e^z \, d(x, y, z)$ mit $C = [0, 1] \times [0, 2] \times [0, \ln 2].$

Aufgabe 20:

Man zeichne folgende Mengen und beschreibe sie durch Normalbereiche:

a) das Dreieck D mit den Eckpunkten $P_1 = (-1, 1)$, $P_2 = (0, 0)$ und $P_3 = (2, 2)$,

b) den durch die Höhenlinie $x^2 + 4y^2 = 16$ eingeschlossenen Bereich E ,

c) den durch $x \leq 0$, $z \geq 1$, $z \leq 3$ und $x^2 + y^2 = 4$ eingeschlossenen Bereich Z .

Abgabetermin: 19.12. - 23.12.2011 (zu Beginn der Übung)