Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2011/12**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9:

Gegeben sei die Koordinatentransformation

$$\boldsymbol{\Phi}\,(x,y) = \begin{pmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix}$$

mit $(x,y) \in Q := [-1,1] \times [-1,1]$.

a) Man berechne $\boldsymbol{J}\ \boldsymbol{\Phi}\,(x,y)$ und $\det(\boldsymbol{J}\ \boldsymbol{\Phi}\,(x,y))$ sowie

b) $\boldsymbol{\Phi}^{-1}(u,v)$, $\boldsymbol{J}\ \boldsymbol{\Phi}^{-1}(u,v)$ und $\det(\boldsymbol{J}\ \boldsymbol{\Phi}^{-1}(u,v))$.

c) Man skizziere Q und $\boldsymbol{\Phi}\,(Q)$ im (x,y)-Koordinatensystem.

d) Man transformiere die partielle Differentialgleichung $w_{xx} - w_{yy} = 0$ mit Hilfe der Kettenregel in eine Darstellung bzgl. (u,v)-Koordinaten.

Aufgabe 10:

Man berechne das Taylor-Polynom 3.Grades der folgenden Funktion

$$f(x,y) = x + (y+1)\cosh(x+y)$$

im Entwicklungspunkt $(0,0)$ und schätze den Fehler, der dadurch entsteht, wenn man T_3 anstelle von f verwendet, im Rechteck $[0,1] \times [-1,0]$ nach oben ab.

Aufgabe 11:

Man berechne alle stationären Punkte der folgenden Funktionen und klassifiziere diese:

a) $f(x, y) = (x^2 - y^2)e^{-x^2-y^2}$,

b) $f(x, y) = y(y^2 - 3)$,

c) $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$,

d) $f(x, y) = |x + y|$.

Aufgabe 12:

Gegeben sei die Funktion $\quad f(x, y) = 8x^4 - 10x^2y + 3y^2$.

a) Man berechne alle stationären Punkte von f.

b) Man versuche die hinreichende Bedingung zur Klassifikation der stationären Punkte anzuwenden.

c) Man weise nach, dass f im Ursprung längs jeder Geraden durch Null ein lokales Minimum besitzt.

d) Besitzt f auch längs jeder Parabel $y = ax^2$ mit $a \in \mathbb{R}$ ein Minimum im Ursprung?

e) Man zeichne die Funktion beispielweise mit Hilfe der MATLAB-Routinen 'ezsurf' und 'ezcontour'.

Abgabetermin: 21.11. - 25.11. (zu Beginn der Übung)