

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein.

Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

AI	BU	ET	IN	LUM	MB	MTB	SB	BVT	EUT	VT	
----	----	----	----	-----	----	-----	----	-----	-----	----	--

Aufgabe	a)i)	a) ii)	a) iii)	a) iv)	b) i)	b) ii)	c	$\Sigma =$
Punkte	1	1	2	3	1	1	1	10
erreichte Punkte								

BONUS =

Bitte lösen Sie die angegebenen Aufgaben, und tragen Sie Ihre Antworten in die dafür vorgesehenen Zeilen ein. Bei richtigen Antworten erhalten Sie die oben angegebenen Punkte. Es gibt keine negativen Punkte. Der Lösungsweg wird nicht bewertet.

a) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = 4x^2 - 8xy + y^2 + 6y$.

(i) Dann gilt

$\text{grad}f(x, y) = (8x - 8y, -8x + 2y + 6)$
--

(ii) und die Hessematrix $Hf(x, y)$ von f ist

$\begin{pmatrix} 8 & -8 \\ -8 & 2 \end{pmatrix}$
--

(iii) Das Taylorpolynom zweiten Grades zur Funktion f mit dem Entwicklungspunkt

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ lautet}$$

$$T_2(x, y) = 7 + 8(x - 2) - 8(y - 1) + 4(x - 2)^2 - 8(x - 2)(y - 1) + (y - 1)^2.$$

(iv) f hat einen stationären Punkt P_0 . Geben Sie diesen an und klassifizieren Sie ihn.

$$P_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ist ein

lokales Maximum.

lokales Minimum.

Sattelpunkt.

denn die Eigenwerte der Hessematrix von f in P_0 sind:

$$\left(\begin{array}{cc} \lambda_1 = 5 - \sqrt{73}, & \lambda_2 = 5 + \sqrt{73}. \end{array} \right)$$

b) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = \begin{pmatrix} (x + y)^2 \\ xy \end{pmatrix}$.

(i) Dann ist die Jacobi-Matrix von f

$$\begin{pmatrix} 2(x + y) & 2(x + y) \\ y & x \end{pmatrix}$$

(ii) Sei $S \subset \mathbb{R}^2$ die Menge der Punkte, für die $Jf(x, y)$ singularär ist. Dann gilt:

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : x = y \vee x = -y \right\}$$

c) Durch $f(x, y) = x^4 - 3y^2 + y + x = 0$ ist in der Umgebung von $P_0 = (1, 1)$ implizit eine Funktion $y(x)$ definiert. Es gilt also lokal

$$f(x, y) = 0 \implies y = g(x), \quad g(1) = 1.$$

Dann gilt:

$$g'(1) = 1$$