Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2009/10**
Prof. Dr. I. Gasser
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:

Man bestimme für die folgenden implizit definierten Kurven die regulären Punkte mit vertikaler Tangente, die Symmetrien, klassifiziere die singulären Punkte und zeichne die Kurven.

a) $f(x,y) := (x^2+y^2)^2 - x^3 = 0$ „Ovoid“

b) $g(x,y) := x^3 + 3(x+1)(y^2-xy) = 0$ „defekte Hyperbel“

Aufgabe 14:

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y,z) := y\sin(x)\ln(1+z^2) + xz\,.$$

a) Man prüfe, ob die Lösungsmenge der Gleichung $f(x,y,z) = 0$ lokal beim Punkt $(1,1,0)$ eine glatte Fläche im $\mathbb{R}^3$ ist.

b) Man bestimme gegebenenfalls, welche der Komponenten x,y,z sich durch die anderen beiden ausdrücken läßt, und

c) löse die Gleichung lokal bei $(1,1,0)$ explizit nach dieser Komponente auf.

d) Man ermittele weiterhin den Tangentialraum der Fläche im Punkt $(1,1,0)$.

Aufgabe 15:

Für die folgenden Funktionen auf den angegebenen Kurven

a) $f(x,y) := \cos(\pi(x+1)y)$ auf $\{(x,y)|\ xy = 1\}$

b) $f(x,y) := x^2 + y^2$ auf $\{(x,y)|\ x^2 + 4y^2 = 4\}$

bestimme man die Kandidaten für Extrema einerseits mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatorregel und andererseits direkt durch Parametrisierung $\mathbf{c}(t)$ der Kurve und anschließendes Ableiten von $(f \circ \mathbf{c})(t)$. Anschließend gebe man an, welche der Extremalkandidaten Maxima und welche Minima sind.

Aufgabe 16:

Für die Funktion $f(x,y,z) := 3y^2 - 2z$ bestimme und klassifiziere man die Extrema auf dem Schnitt des Zylinders $x^2 + y^2 = 1$ mit dem Hyperboloid $x^2 + 4y^2 - z^2 = 3$.

Abgabetermin: 7.12. - 11.12. (zu Beginn der Übung)