Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2009/10**
Prof. Dr. I. Gasser
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9:

Gegeben seien die 'Hyberbelkoordinaten'

$$\mathbf{\Phi}\,(x,y) = \begin{pmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 - y^2 \\ xy \end{pmatrix}$$

mit $(u,v) \in D := [0,5] \times [1,3]\,.$

a) Man berechne $\boldsymbol{J}\ \mathbf{\Phi}\,(x,y)$ und $\det(\,\boldsymbol{J}\ \mathbf{\Phi}\,(x,y))$ sowie

b) bzgl. D: $\mathbf{\Phi}^{-1}(u,v)\,,$ $\boldsymbol{J}\ \mathbf{\Phi}^{-1}(u,v)$ und $\det(\,\boldsymbol{J}\ \mathbf{\Phi}^{-1}(u,v))\,.$

c) Man skizziere $\mathbf{\Phi}^{-1}(D)$ im (x,y)-Koordinatensystem.

d) Man transformiere $\Delta w = w_{xx} + w_{yy}$ mit Hilfe der Kettenregel in eine Darstellung bzgl. 'Hyberbelkoordinaten'.

Aufgabe 10:

Man berechne das Taylor-Polynom 3.Grades der folgenden Funktion

$$f(x,y) = x + (y+1)\cosh(x+y)$$

im Entwicklungspunkt $(0,0)$ und schätze den Fehler, der dadurch entsteht, wenn man T_3 anstelle von f verwendet, im Rechteck $[0,1] \times [-1,0]$ nach oben ab.

Aufgabe 11:

Man berechne alle stationären Punkte der folgenden Funktionen und klassifiziere diese:

a) $f(x,y) = x^4 - 8x^2 + y^2 + 16$,

b) $f(x,y) = \sin x \cosh y$,

c) $f(x,y) = (x^2+y^2)e^{-x^2-y^2}$,

d) $f(x,y) = |xy|$.

Aufgabe 12:

a) Man zeige, dass durch die Lösungsmenge von

$$\boldsymbol{g}\,(x,y,z) := \begin{pmatrix} x\cos(z)\ln(1+y^2) + xy \\ z\cos(x+y-z) - 1 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

in einer Umgebung von $P := (1,0,1)$ eine glatte Kurve $\mathbf{c}$ im $\mathbb{R}^3$ bestimmt ist, die durch P verläuft.

b) Man überprüfe mit Hilfe des Satzes über implizite Funktionen, durch welche Komponente x, y oder z sich die Kurve aus a) parametrisieren lässt.

c) Man bestimme einen Tangenteneinheitsvektor der Kurve in P .

Abgabetermin: 23.11. - 27.11. (zu Beginn der Übung)