

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

- a) Man zeichne die Epizykloide $\mathbf{c} : [0, 6\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} 4 \cos(t/3) - \cos(4t/3) \\ 4 \sin(t/3) - \sin(4t/3) \end{pmatrix}$$

und berechne den überstrichenen Flächeninhalt.

- b) Durch

$$r(\varphi) = \frac{\varphi}{2\pi}$$

ist eine archimedische Spirale in Polarkoordinaten gegeben.

Man zeichne die Kurve für $\varphi \in [0, 50\pi]$ und berechne die von der Spirale für $\varphi \in [0, 2\pi]$ überstrichene Fläche.

Aufgabe 22:

Gegeben sei ein Draht mit der Dichtefunktion $\rho(x, y) = x + y$. Die Form des Drahtes wird beschrieben durch die Kurve $\mathbf{c} : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}^2$, mit

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}.$$

Man zeichne die Form des Drahtes, berechne seine Gesamtmasse, bestimme seinen Schwerpunkt und ermittle sein Trägheitsmoment bzgl. der x -Achse.

Aufgabe 23:

Gegeben sei die Funktion

$$f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = x^2 - 2x$$

- a) Man zeichne die 2-periodische direkte Fortsetzung der Funktion im Intervall $[-2, 4]$.
- b) Man berechne die Fourier-Reihe der direkten 2-periodischen Fortsetzung von f .
- c) Man zeichne die Partialsummen $S_n(x)$, $n = 3, 5, 7, 9, 20$ der Fourier-Reihe aus b).
- d) Man zeige mit Hilfe von b) die Identität
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

Aufgabe 24:

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , \quad 0 \leq x < 1, \\ 0 & , \quad 1 \leq x < 4 \end{cases}$$

- a) Man berechne die komplexe Fourier-Reihe der 4-periodischen Fortsetzung von f .
- b) Man gebe die reellen Fourier-Koeffizienten dieser Fourier-Reihe an.
- c) Man zeichne die Partialsumme $S_{40}(x)$ der berechneten Fourier-Reihe.

Abgabetermin: 29.6. - 3.7.15 (zu Beginn der Übung)