**Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg** **SoSe 2013**
Prof. Dr. R.Lauterbach
Dr. K. Rothe

# Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 3

**Aufgabe 9:**

a) Unter Verwendung der Summenformel für die geometrische Reihe:

$$\frac{1}{1-z} = \sum_{k=0}^{\infty} z^k$$

berechne man die Potenzreihe für die durch $f(z) = \dfrac{6}{5-4z}$ definierte Funktion zum Entwicklungspunkt $z_0$ und bestimme deren Konvergenzradius für $z_0 = \dfrac{3i}{4}$.

b) Man berechne die Potenzreihe von $g(x) = \dfrac{1}{(5-4x)^2}$ zum Entwicklungspunkt $x_0$ und bestimme den zugehörigen Konvergenzradius.

**Aufgabe 10:**

a) Gegeben sei die durch $f(x) = \dfrac{6}{5-4x}$ definierte Funktion.
Man bestimme die Glieder der Potenzreihenentwicklung von $f$ mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ über die Rekursionsformel aus dem Cauchy-Produkt von Reihen, sowie den zugehörigen Konvergenzradius.

b) Man berechne die Lösung der gewöhnlichen Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$y'' = y$$

mit den Anfangswerten $y(0) = 1$ und $y'(0) = 0$ in folgender Potenzreihendarstellung

$$y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k.$$

**Aufgabe 11:**

a) (i) Man berechne die Ableitung von $f(x) = \ln(2+x)$ und damit die Potenzreihe von $\ln(2+x)$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ und bestimme deren Konvergenzradius.

(ii) Man untersuche das Konvergenzverhalten der unter (i) bestimmten Potenzreihe in den Randpunkten und berechne im Falle der Konvergenz den Wert der entsprechenden Reihe.

b) Man berechne die Potenzreihe für die durch $g(x) = \sqrt[3]{8+3x}$ gegebene Funktion zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ und bestimme deren Konvergenzradius.

**Aufgabe 12:**

a) Von der Funktion $\cos(x)$ erinnert man nur die Stützstellen

| $x_i$ | $-\pi/2$ | $0$ | $\pi/2$ |
|---|---|---|---|
| $\cos x_i$ | $0$ | $1$ | $0$ . |

Man berechne das zugehörige Interpolationspolynom $p_2(x)$ .

b) Man berechne $p_2(\pi/5)$ als Näherungswert für $\cos(\pi/5)$ . Wie groß ist der Fehler höchstens? (Man berechne zum Vergleich den tatsächlichen Fehler.)

c) Man zeichne $\cos(x)$ und $p_2(x)$ im Intervall $[-\pi/2, \pi/2]$ .

d) Nun erinnert man sich noch, dass $\cos(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$ gilt. Mit dieser Information führe man a) bis c) bzgl. $p_3(x)$ durch.

**Abgabetermin:** 6.5. - 10.5. (zu Beginn der Übung)