

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Gegeben sei die Funktion

$$f : [1, 2] \longrightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = \ln x .$$

- Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die x - Achse rotiert.
- Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die y - Achse rotiert.
- Man berechne die Oberfläche des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die y - Achse rotiert.
- Man skizziere die Rotationskörper.

Aufgabe 22:

- Man berechne die Bogenlänge der Kurve $\mathbf{c} : [0, \ln 25] \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} \cos(e^t) \\ \sin(e^t) \\ e^t \end{pmatrix}$$

und zeichne \mathbf{c} .

- Man zeichne die Epizykloide $\mathbf{c} : [0, 6\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} 4 \cos(t/3) - \cos(4t/3) \\ 4 \sin(t/3) - \sin(4t/3) \end{pmatrix}$$

und berechne den überstrichenen Flächeninhalt.

Aufgabe 23:

Durch

$$r(\varphi) = \frac{\varphi}{2\pi}$$

ist eine archimedische Spirale in Polarkoordinaten gegeben.

- a) Man zeichne die Kurve für $\varphi \in [0, 50\pi]$.
- b) Man berechne den Tangentenvektor der Kurve für $\varphi = 2k\pi$ mit $k \in \mathbb{N}$.
- c) Man berechne die von der Spirale für $\varphi \in [0, 2\pi]$ überstrichene Fläche.

Aufgabe 24:

Gegeben sei ein Draht mit der Dichtefunktion $\rho(x, y) = x + y$. Die Form des Drahtes wird beschrieben durch die Kurve $\mathbf{c} : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}^2$, mit

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}.$$

Man zeichne die Form des Drahtes, berechne seine Gesamtmasse, bestimme seinen Schwerpunkt und ermittle sein Trägheitsmoment bzgl. der x -Achse.

Abgabetermin: 27.6. - 1.7. (zu Beginn der Übung)