

Hinweis: Alle Integrale sind elementar zu berechnen. Stammfunktionen aus Formelsammlungen etc. dürfen nicht verwendet werden.

Aufgabe 1) Gegeben sei $f(x) = \frac{2x^2 + 10x - 2}{(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 9)}$.

Berechnen Sie das unbestimmte Integral $\int f(x) dx$.

Aufgabe 2) Zur Nullstellenbestimmung der gegebenen Funktion $f(x)$, $x > 0$ mit

$$f(x) = \ln(6x) + 2x^2,$$

soll ein Fixpunktverfahren herangezogen werden.

- a) Zeigen Sie, dass f genau eine Nullstelle x^* besitzt.
- b) Leiten Sie aus der Gleichung $f(x) = 0$ die Fixpunkt-Iteration

$$x_{k+1} = \phi(x_k) = \frac{1}{6} \exp(-2x_k^2), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

her und zeigen Sie, dass für jeden Startwert $x_0 \geq 0$ der erste Iterationsschritt eine Zahl $x_1 \in [0, \frac{1}{6}] =: I$ liefert.

- c) Überprüfen Sie die Voraussetzungen des Banachschen Fixpunktsatzes für die obige Funktion $\phi(x) := \frac{1}{6} \exp(-2x^2)$ auf dem Intervall I .
- d) Führen Sie für den Startwert $x_0 = 0$ eine A-priori-Fehlerabschätzung durch und berechnen Sie eine Iterationszahl n , so dass sicher $|x_n - x^*| \leq 0.01$ gilt.

Viel Erfolg!