Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2007**
Prof. Dr. A. Iske
Dr. K. Rothe

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

a) Eine kreisförmige Scheibe Brot ist mit einem löchrigen Schweizer Emmentaler beliebig belegt.

   Ist es möglich mit einem geraden Schnitt Brot und Käse gleichzeitig zu halbieren?

   Hinweis: Zwischenwertsatz.

b) Niki Lauda fährt bei Milano auf die mautpflichtige Autostrada (Geschwindigkeitsbegrenzung 140 km/h). Nach 3 Stunden erreicht er Roma, verlässt die Autostrada und wird von der Polizei unter Hinweis auf den Mittelwertsatz der Differentialrechnung verhaftet.

   Warum?

c) Die durch eine punktförmige Lichtquelle verursachte Beleuchtungsstärke nimmt umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes zwischen Ausgangspunkt und Beobachtungspunkt ab.

   Wo befindet sich der dunkelste Punkt zwischen zwei zehn Meter voneinander entfernten punktförmigen Lichtquellen, falls die eine viermal so stark ist wie die andere?

Aufgabe 2:

a) Von einem quadratischen Stück Pappe mit der Seitenlänge a werden an den Ecken Quadrate mit der Seitenlänge x abgeschnitten. Wie ist x zu wählen, damit der Rest eine Schachtel mit möglichst großem Rauminhalt ergibt?

b) Der Querschnitt eines Tunnels habe die Form eines Rechtecks mit aufgesetztem Halbkreis. Der Umfang des Querschnitts beträgt 18m. Für welchen Halbkreisradius wird die Querschnittsfläche maximal?

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Gleichung

$$x = \frac{1}{(x+3)^2} \, .$$

a) Man verschaffe sich graphisch durch Zeichnen der Funktionen $f(x) = x$ und $g(x) = \dfrac{1}{(x+3)^2}$ einen Überblick über die Anzahl der Schnittpunkte von f und g und begründe anschließend auch theoretisch, warum es nur eine Lösung x^* der obigen Gleichung geben kann.

b) Man gebe ein Intervall D an, so dass die Fixpunktiteration

$$x_{n+1} = \frac{1}{(x_n+3)^2}$$

für alle Startwerte aus D gegen x^* konvergiert.

c) Wieviele Iterationen N benötigt man ausgehend vom Startwert $x_0 = 0.25$, um den Fixpunkt x^* mit einem absoluten Fehler von höchstens 10^{-5} zu berechnen?

d) Man berechne für das unter c) a priori bestimmte N die Iterierte x_N und überprüfe die Genauigkeit der Iterierten mit Hilfe der A-posteriori-Fehlerabschätzung.

Aufgabe 4:

Man untersuche die Funktionenfolgen

a) $f_n : [0, \pi] \to \mathbb{R}\,, \qquad f_n(x) = \sin^n x\,,$

b) $g_n : [0, 10] \to \mathbb{R}\,, \qquad g_n(x) = \dfrac{nx^2}{3 + (nx)^2}\,,$

c) $h_n : [0, \infty[\to \mathbb{R}\,, \qquad h_n(x) = \dfrac{nx}{2 + (nx)^2}$

auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz.

Abgabetermin: 10.4. - 12.4. (zu Beginn der Übung)