

**Aufgabe 1:**

a) Man berechne den Grenzwert  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{6n^2 + n - 1}{(n+1)(2n+7)} \right)^2$ .

b) Man beweise für alle  $n \in \mathbb{N}$  durch vollständige Induktion  $\sum_{k=1}^n (4k+1) = n(2n+3)$ .

c) Man berechne die für alle  $x \in \mathbb{R}$  stetige Funktion  $f$  mit  $f(1) = -1$  und

$$f'(x) = \begin{cases} -2x - 4 & \text{für } x < -2, \\ 2x & \text{für } -2 < x \end{cases}$$

und skizziere die Funktion.

**Aufgabe 2:**

a) Man berechne den Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^3 + 2x)}{\ln(5x + 7)}$ .

b) Für die Funktion  $f$  mit

$$f(x) = e^{1/(x^2+2x+3)}$$

gebe man die Monotoniebereiche an und berechne alle Extremwerte.

c) Gegeben sei die Funktion  $g$  mit  $g(x) = \sqrt{3x+6}$ .

(i) Man berechne das Taylor-Polynom  $T_2$  vom Grad 2 von  $g$  zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 1$ .

(ii) Man schätze den Approximationsfehler  $|g(0) - T_2(0)|$  mit Hilfe der Restgliedformel von Lagrange nach oben ab.