

Aufgabe 1:

- a) Gegeben ist die rekursiv definierte Folge

$$u_1 = 1, \quad u_{n+1} := \sqrt{3u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Zeigen Sie, dass die Folge monoton und beschränkt ist, und berechnen Sie den Grenzwert.

- b) Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz, und berechnen Sie im Falle der Konvergenz den/die Grenzwert(e).

$$\text{i) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k+1)!}{10^k}, \quad \text{ii) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k + 3^{k-1}}{5^{k-1}}.$$

Aufgabe 2)

Gegeben sei $f(x) = \ln\left(x^2 - 4x + \frac{19}{4}\right)$.

- Sei $D \subset \mathbb{R}$ die Menge derjenigen reellen Zahlen, für die $f(x) \in \mathbb{R}$ definiert ist. Bestimmen Sie D (maximaler Definitionsbereich).
- Berechnen Sie alle Nullstellen von f .
- Berechnen und klassifizieren Sie alle Extrema von f .
- Fertigen Sie eine (grobe) Skizze von f an.
- Bestimmen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades $T_2(x; x_0)$ zur Funktion f mit dem Entwicklungspunkt $x_0 = 2$.