

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Präsenzübungen Blatt 0

Aufgabe A:

a) Man beweise direkt:

$$(i) \quad 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{für } q \neq 1,$$

$$(ii) \quad 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

b) Man schreibe um in eine Summe bzw. ein Produkt:

$$(i) \quad 1 - 4 + 7 - 10 + 13 \mp \dots + 31 = \sum_{k=0}^? \dots$$

$$(ii) \quad \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{8}{15} \cdot \frac{16}{20} \cdot \dots \cdot \frac{131072}{85} = \prod_{n=1}^? \dots$$

Aufgabe B:

Was stimmt an folgenden Rechnungen nicht:

a) Für ein festes $y \in \mathbb{R}$ werde $x \in \mathbb{R}$ durch $3x = 5y$ berechnet

$$\Rightarrow \quad 10y - 6x = 15y - 9x$$

$$\Rightarrow \quad 20y - 12x = 30y - 18x$$

$$\Rightarrow \quad 20y + 10xy - 30y^2 - 12x + 18xy - 6x^2 = 30y + 10xy - 30y^2 - 18x + 18xy - 6x^2$$

$$\Rightarrow \quad 10y(2 + x - 3y) - 12x + 18xy - 6x^2 = 10y(3 + x - 3y) - 18x + 18xy - 6x^2$$

$$\Rightarrow \quad 10y(2 + x - 3y) - 6x(2 + x - 3y) = 10y(3 + x - 3y) - 6x(3 + x - 3y)$$

$$\Rightarrow \quad (10y - 6x)(2 + x - 3y) = (10y - 6x)(3 + x - 3y)$$

$$\Rightarrow \quad 2 + x - 3y = 3 + x - 3y$$

$$\Rightarrow \quad 2 = 3$$

b) Mit $n = 2$ erhält man

$$\begin{aligned}n^2 &= 4 \\ \Rightarrow n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 &= n^2 + 6n + 9 \\ \Rightarrow (n + 1)^2 + (n + 2)^2 &= (n + 3)^2 \\ \Rightarrow (n + 1) + (n + 2) &= n + 3 \\ \Rightarrow (2 + 1) + (2 + 2) &= 2 + 3 \\ \Rightarrow 7 &= 5\end{aligned}$$

Aufgabe C:

- a) Man gebe alle reellen Zahlen x an, für die $|3x + 4| - 3 < 2x + 3$ gilt.
b) Man berechne alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ für die gilt

(i) $x + 1 = \sqrt{(x - 1)^2}$,
(ii) $\sqrt{(x + 1)^2} = x - 1$.

Aufgabe D:

- a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $(x - 3)^2 < \frac{1}{x - 3}$.
b) Ab welchem $n \in \mathbb{N}$ gilt $50 \cdot \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n}{1 - \frac{3}{4}} \leq \frac{1}{1000}$?

Bearbeitungstermin: 25.10. - 29.10.10 (während der Übung)