

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Man zeichne die folgenden reellen Funktionen und untersuche sie mit Hilfe der ε - δ -Charakterisierung auf Stetigkeit im Punkt x_0 :

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x & \text{für } x \geq 1 \\ 0 & \text{für } x < 1 \end{cases} \quad \text{mit } x_0 = 1$$

$$\text{b) } g(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \sin \frac{1}{x^2} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases} \quad \text{mit } x_0 = 0 .$$

Aufgabe 18:

a) Gesucht ist eine für alle $x \in \mathbb{R}$ stetige Funktion (Zeichnung), für die gilt:

$$\begin{aligned} f(0) &= 2 \quad , \\ f'(x) &= 0 \quad \text{für } -\infty < x < -1 \quad , \\ f'(x) &= 1 \quad \text{für } -1 < x < 0 \quad , \\ f'(x) &= -1 \quad \text{für } 0 < x < \pi \quad , \\ f'(x) &= 0 \quad \text{für } \pi < x < \infty \quad . \end{aligned}$$

b) Gegeben sei die durch

$$g(x) = \begin{cases} ax^2, & x \leq 1 \\ b - (2-x)^2, & x > 1 \end{cases}$$

mit $a, b \in \mathbb{R}$ definierte Funktion. Man bestimme a und b so, dass g stetig und differenzierbar wird und zeichne g .

Aufgabe 19:

Man stelle für die folgenden Funktionen im Punkte x_0 die Gleichung der Tangente auf. Anschließend zeichne man die Funktionen mit ihren Tangenten.

a) $f(x) = a^x$ mit $x_0 = 1$,

b) $g(x) = \left| \begin{array}{cc} \tan x & \ln x \\ x^2 & \cos x \end{array} \right|$ mit $x_0 = \pi$,

c) $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix}$ mit $x_0 = 0$.

Aufgabe 20:

a) Man berechne die Ableitungen der folgenden Funktionen und vereinfache die sich ergebenden Ausdrücke:

i) $f(x) = \frac{1}{2} \sinh x \cosh x + \frac{x}{2}$, ii) $g(x) = -x \cot x + \ln(\sin x)$.

b) Man berechne die ersten beiden Ableitungen der folgenden Funktionen:

i) $h(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$, ii) $k(x) = x^x$.

c) Man berechne die ersten drei Ableitungen der folgenden Funktionen:

i) $u(x) = 7(2x + 5)^2 - 2(8 - 9x) + 3$, ii) $v(x) = \sqrt{(4 - 7x)^3}$.

Abgabetermin: 19.1. - 23.1.09 (zu Beginn der Übung)