Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2006/07**
Prof. Dr. A. Iske
Dr. K. Rothe

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Man untersuche mit der ε-δ-Charakterisierung die folgenden reellen Funktionen auf Stetigkeit im Punkt x_0:

a) $f(x) = \begin{cases} x & \text{für} \quad -1 \leq x \\ |x| & \text{für} \quad x < -1 \end{cases}$, mit $x_0 = -1$

b) $g(x) = \begin{cases} \sqrt{|x-\pi|} \cdot \sin \dfrac{1}{(x-\pi)^2} + 1 & \text{für} \quad x \neq \pi \\ 1 & \text{für} \quad x = \pi \end{cases}$, mit $x_0 = \pi$.

Aufgabe 18:

a) Man berechne eine für alle $x \in \mathbb{R}$ stetige Funktion h, für die gilt:

$$\begin{array}{rcll} h(1) & = & 1 & , \\ h'(x) & = & 1 & \text{für} \quad -\infty < x < 0 \, , \\ h'(x) & = & -2x & \text{für} \quad 0 < x < 1 \, , \\ h'(x) & = & 0 & \text{für} \quad 1 < x < 2 \, , \\ h'(x) & = & 2 & \text{für} \quad 2 < x < \infty \, . \end{array}$$

b) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} (x+3)^2 & \text{für} \quad x \leq 0 \, , \\ 4\sin(ax) + b & \text{für} \quad x > 0 \, . \end{cases}$$

Man bestimme die reellen Konstanten a und b so, dass f auf $\mathbb{R}$ differenzierbar wird.

Aufgabe 19:

Man stelle für die folgenden Funktionen im Punkte x_0 die Gleichung der Tangente auf:

a) $f(x) \;=\; x^{2x} \quad \text{mit} \quad x_0 = 2\,,$

b) $g(x) \;=\; \begin{vmatrix} x-1 & \sin x \\ e^x & 1/(x^2-1) \end{vmatrix} \quad \text{mit} \quad x_0 = 0\,,$

c) $\boldsymbol{h}(x) \;=\; x \cdot \begin{pmatrix} \cos x \\ \sin x \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad x_0 = \pi/2 \quad .$

Aufgabe 20:

a) Man berechne die erste Ableitung der folgenden Funktionen

$$\text{i) } f(x) = (2x+1)^{\sin x}\,, \qquad \text{ii) } g(x) = \frac{x + \sin x \cos x}{2}\,.$$

b) Man berechne die ersten beiden Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$\text{i) } h(x) = \frac{x+2}{x^3+8}\,, \qquad \text{ii) } k(x) = \ln(x^2-1)\,.$$

c) Man berechne die ersten drei Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$\text{i) } u(x) = 2(1-3x)^2 + 4(5x-2) - 7\,, \qquad \text{ii) } v(x) = \sqrt[3]{(5x+1)^2}\,.$$

Abgabetermin: 22.1. - 25.1. (zu Beginn der Übung)