

O Oberstufe

Aufgabe 1 (4 P.). Ein Punkt innerhalb eines konvexen Vierecks sei mit allen Eckpunkten verbunden und zusätzlich mit jeweils einem weiteren Punkt auf jeder der vier Seiten. Hierdurch zerfällt das Viereck in acht Dreiecke. Beweise, dass das Viereck ein Sehnenviereck ist, falls alle acht Dreiecke den gleichen Umkreisradius haben.

Aufgabe 2 (4 P.). Ist es möglich, dass sowohl die Summe als auch das Produkt von 2016 ganzen Zahlen jeweils gleich 2016 sind? (Die Zahlen müssen nicht notwendigerweise verschieden sein.)

Aufgabe 3 (4 P.). In einem 10×10 -Quadrat sind die Zellen des 5×5 -Quadrats oben-links schwarz und alle restlichen weiß. Welches ist das maximale n , so dass das ursprüngliche Quadrat (entlang der Ränder der Zellen) in n Polygone zerlegt werden kann, in denen jeweils die Anzahl an weißen Zellen dreimal so groß ist wie die Anzahl an schwarzen Zellen? (Die Polygone müssen nicht notwendig kongruent oder auch nur flächengleich sein.)

Aufgabe 4 (6 P.). Eine Firma hat je einen festen Betrag in Rubel für 100 Artikel im Budget. Jede dieser 100 Zahlen hat höchstens zwei Nachkommastellen. Jeder Buchhalter wählt in seiner Kopie der Liste zwei dieser Zahlen aus, addiert sie, streicht die Nachkommastellen und schreibt das Ergebnis statt der beiden Zahlen auf seine Liste, die damit aus 99 Zahlen besteht. So fährt er fort, bis seine Liste nur noch aus einer ganzen Zahl besteht. Das Ergebnis ist für alle Buchhalter (paarweise) verschieden. Was ist die maximal mögliche Anzahl an Buchhaltern?

Aufgabe 5. Die Mittelpunkte der 12 Kanten eines Würfels seien markiert. Enthält die Oberfläche einer Kugel in jedem Fall alle diese Punkte, wenn die Oberfläche

- (a) (3 P.) mindestens 6 der markierten Punkte enthält bzw.
- (b) (3 P.) mindestens 7 der markierten Punkte enthält?

Alle Aussagen sind zu begründen! Bitte eine lesbare Reinschrift anfertigen! An Hilfsmitteln sind nur das ausgegebene Papier, Schreibgerät, Zirkel und Lineal zugelassen. Auf jedem Blatt sind der Name, Vorname und die Nummer der Aufgabe einzutragen. Gewertet werden höchstens drei Aufgaben.

Zeit: 5 Stunden.

Viel Erfolg!