

M Mittelstufe

Aufgabe 1 (3 P.). Auf eine Kreislinie sind die Zahlen von 1 bis 2010 in irgendeiner Reihenfolge geschrieben. Dabei werden die Zahlen im Uhrzeigersinn gesehen immer abwechselnd größer beziehungsweise kleiner. Zeige, dass es immer zwei benachbarte Zahlen mit gerader Differenz gibt.

Aufgabe 2 (4 P.). Ein Rechteck sei durch 10 horizontale und 10 vertikale Geraden in 121 rechteckige Zellen aufgeteilt, so dass 111 dieser Zellen einen ganzzahligen Umfang haben. Zeige, dass auch die restlichen 10 Zellen einen ganzzahligen Umfang haben.

Aufgabe 3 (5 P.). Ein ausgewachsener Wurm ist 1 Meter lang. Einen ausgewachsenen Wurm kann man in zwei Teile zerschneiden (mit beliebigem Längenverhältnis), so dass zwei neue Würmer entstehen. Beide Würmer wachsen nun sofort mit einer Geschwindigkeit von einem Meter pro Stunde. Sobald ein Wurm eine Länge von 1 Meter erreicht hat, hört er zu wachsen auf und ist somit ausgewachsen. (Erst jetzt kann man ihn zerschneiden.) Wenn man mit einem einzigen ausgewachsenen Wurm beginnt, kann man nach weniger als einer Stunde 10 ausgewachsene Würmer haben?

Aufgabe 4 (5 P.). Es sei ein konvexes Viereck gegeben. Jede Diagonale zerteile es in zwei gleichschenklige Dreiecke, beide Diagonalen gemeinsam zerteilen es in vier gleichschenklige Dreiecke. Ist dieses Viereck zwangsläufig ein Quadrat?

Aufgabe 5. Ein Drache hält einen Ritter gefangen und hat ihm 100 Münzen gegeben, von denen die Hälfte magisch sind. (Der Ritter kann zwar die einzelnen Münzen voneinander unterscheiden, aber nur der Drache weiß, welche Münzen magisch sind.) Jeden Tag teilt der Ritter die Münzen in zwei Stapel auf (nicht unbedingt gleich große). Sollten dabei in beiden Stapeln gleich viele magische Münzen oder gleich viele gewöhnliche Münzen sein, wird der Drache den Ritter frei lassen. Kann der Ritter sicherstellen, nach höchstens

(a) (2 P.) 50 Tagen

(b) (3 P.) 25 Tagen

seine Freiheit zu erlangen?

Alle Aussagen sind zu begründen! Bitte eine lesbare Reinschrift anfertigen! An Hilfsmitteln sind nur das ausgegebene Papier, Schreibgerät, Zirkel und Lineal zugelassen. Auf jedem Blatt sind der Name, Vorname und die Nummer der Aufgabe einzutragen. Gewertet werden höchstens drei Aufgaben.

Zeit: 4 Stunden.

Viel Erfolg!